NUH-2021

ক-বিভাগ

১। (ক) অনুসমতা মডুলো সংজ্ঞায়িত কর। [Define congruence modulo.]

(খ) বিভাজিত গ্রুপ কাকে বলে? [What is quotient group?]

(গ) একটি চক্রগ্রুপের সৃজক কী? [What is generator of a cyclic group?]

(ঘ) অপ্রকৃত উপগ্রুপের সংজ্ঞা দাও। [Define improper subgroup.]

(ঙ) শূন্য ভাজকবিহীন রিং এর একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a ring without zero divisor.]

(চ) গ্রুপের কার্নেল এর সংজ্ঞা দাও। [Define Kernel of a group.]

(ছ) বুলিয়ান রিং কী? [What is Boolean ring?]

(জ) সমচিত্রণ বলতে কী বুঝ? [What do you mean by isomorphism?]

(ঝ) শূন্য বহুপদী কাকে বলে? [What is called zero-polynomial?]

(ঞ) নৈকতলীয় ফিল্ড কী? [What is skew field?]

(ট) সসীম ফিল্ড সম্প্রসারণের একটি উদাহরণ দাও। [Give an example of a finite field extension.]

(ঠ) একটি উপরিং-এর উদাহরণ দাও যা একটি আইডিয়াল নয়। [Give an example of a sub-ring which is not an ideal.]

খ-বিভাগ

২। প্রমাণ কর যে, "অনুসমতা মডুলো 3" অর্থাৎ "$\equiv 3$" $\mathbb{Z}$-এর সমতুল্য সম্পর্ক। [Prove that "Congruence modulo 3" i.e "$\equiv 3$" is an equivalence relation in $\mathbb{Z}$.]

৩। যদি G একটি গ্রুপ হয়, যার জন্য $(ab)^i = a^i b^i$ যখন $a, b \in G$ পরপর তিনটি ক্রমিক সংখ্যা দেখাও যে, G হয় আবেলিয়ান। [If G is a group such that $(ab)^i = a^i b^i$ for three consecutive integers for all $a, b \in G$ then show that G is an abelian.]

৪। যদি G একটি গ্রুপ হয়, তবে দেখাও যে [Let G is a group, then show that], $O(a) = O(a^{-1}),\ \forall a \in G$

৫। মনে কর H, G এর একটি উপগ্রুপ, $x \in G$ এবং $xHx^{-1} = \{xhx^{-1} : h \in H\}$। প্রমাণ কর যে, xHx^{-1}, G-এর উপগ্রুপ। [Let H be a subgroup of a group G and let $x \in G$ and $xHx^{-1} = \{xhx^{-1} : h \in H\}$. Prove that, xHx^{-1}, is a subgroup of G.]

৬। দেখাও যে, কোনো চক্রগ্রুপের প্রত্যেক বিভাজিত গ্রুপ নিজেও চক্রগ্রুপ। [Show that every factor group of a cyclic group is cyclic.]

৭। যদি G একটি সসীম গ্রুপ হয় এবং $a \in G$ হয় তবে দেখাও যে, $a^{O(G)} = e$। [If G is a finite group and $a \in G$ then show that $a^{O(G)} = e$.]

৮। দেখাও যে, ফিল্ডের কোনো শূন্য ভাজক নেই। [Show that, a field has no zero divisors.]

৯। প্রমাণ কর যে, প্রত্যেক ইউক্লিডীয় রিং একক উপাদান ধারণ করে। [Show that, every Euclidean ring possesses unit element.]

গ-বিভাগ

১০। প্রমাণ কর যে, কোনো সসীম গ্রুপের উপাদানের ক্রম সসীম এবং উক্ত গ্রুপের ক্রমের সমান অথবা কম। [Prove that the order of every element of a finite group is finite and is less than or equal to order of the group.]

১১। ল্যাগ্রাঞ্জের উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। এর বিপরীত উপপাদ্যটি কি সর্বদা সত্য? উত্তরের যথার্থতা দেখাও। [State and prove Lagrange's theorem. Is the converse of this theorem always true? Justify your answer.]

১২। মনে কর, $G = \{1, -1, i, -i\}$ এবং $H = \{1, -1\}$, প্রমাণ কর যে, H হলো G গ্রুপের নর্মাল উপগ্রুপ। [Let $G = \{1, -1, i, -i\}$ and $H = \{1, -1\}$. Prove that H is a normal subgroup of G.]

১৩। একটি গ্রুপের ক্ষেত্রে প্রথম সমচিত্রণ নিয়মটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove first law of isomorphism theorem of a group.]

১৪। উদাহরণসহ আইডিয়ালের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, ফিল্ডের কোনো প্রকৃত আইডিয়াল নেই। [Define ideal with example. Show that a field has no proper ideals.]

১৫। উপ-রিং এর সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, প্রত্যেক আইডিয়াল উপ-রিং কিন্তু বিপরীতক্রমে সত্য নয়। [Define sub-ring. Show that every ideal is a sub-ring, but the converse is not true.]

১৬। যদি R একটি ইন্টিগ্রাল ডোমেন হয়, তবে দেখাও যে, $R[x]$ ও একটি ইন্টিগ্রাল ডোমেন। [If R is an integral domain then show that $R[x]$ also be an integral domain.]

১৭। দেখাও যে, কোনো ফিল্ডে বহুপদী-রিং একটি মুখ্য আইডিয়াল রিং হবে। [Show that, polynomial ring over a field is principal ideal ring.]