NUMSc-2016

ক-বিভাগ

১। (ক) একটি দ্বিতীয় ক্রমের আদিমান সমস্যা লিখ। [Write down a second order initial value problem.]

(খ) $R=\{(x, y):|x-1|\le 2,|y|\le 3\}$ দ্বারা বর্ণিত আয়তাকার অঞ্চলটি অংকন কর। [Draw the rectangular region $R=\{(x, y):|x-1|\le 2,|y|\le 3\}$.]

(গ) লিপচিজ শর্ত সংজ্ঞায়িত কর। [Define Liptichitz condition.]

(ঘ) $\begin{bmatrix}-1 & 8\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ এর আইগেন মানসমূহ নির্ণয় কর। [Find the eigen values of $\begin{bmatrix}-1 & 8\\ 1 & 1\end{bmatrix}$.]

(ঙ) সমমাত্রিক জোট $x'(t)=A(t)x(t)$ এর মৌল ম্যাট্রিক্স সংজ্ঞায়িত কর। [Define fundamental matrix of a homogeneous system $x'(t)=A(t)x(t)$.]

(চ) $x'(t)=A(t)x(t)$ এর মৌল ম্যাট্রিক্স $\varphi(t)$ হলে জোটটির সমাধান কত? [If $\varphi(t)$ be a fundamental matrix of $x'(t)=A(t)x(t)$, then what is the solution of the system?]

(ছ) যদি $\lambda=3, 3$ কোনো সমমাত্রিক জোটের আইগেন মান হয়, তবে উক্ত জোটের অনির্ভরশীল সমাধান কী কী? [If $\lambda=3, 3$ are the eigen values of a homogeneous system, then what will be the independent solutions of the system?]

(জ) সমমাত্রিক ও অসমমাত্রিক রৈখিক অন্তরক সমীকরণ জোটের পার্থক্য দাও। [Give the difference between the homogeneous and non-homogeneous system of linear differential equations.]

(ঝ) ভলতেরা ও ফ্রেডহ্লম যোগজ সমীকরণ কিভাবে শনাক্ত করা যায়? [What is the way to identify the Volterra and Fredholm integral equations?]

(ঞ) যোগজ সমীকরণ সংজ্ঞায়িত কর। [Define integral equations.]

(ট) প্রতিসম কার্ণেল সংজ্ঞায়িত কর। [Define symmetric Kernel.]

(ঠ) পুনরাবৃত্ত কার্ণেল ও রিজলভেন্ট কার্ণেলের মধ্যে সম্পর্ক লিখ। [Write down the relation between iterated Kernels and resolvent Kernel.]

খ-বিভাগ

২। প্রমাণ কর যে, আদিমান সমস্যা $x'(t)=f(t, x), x(t_0)=x_0$ এবং যোগজ সমীকরণ $x(t)=x_0+\int_{t_0}^{t} f(s, x(s))\,ds$ পরস্পর সমতুল্য। [Prove that the IVP $x'(t)=f(t, x), x(t_0)=x_0$ is equivalent to the IE $x(t)=x_0+\int_{t_0}^{t} f(s, x(s))\,ds$.]

৩। দেখাও যে, $g(t, u)=t^2u^2+u^4$ ফাংশনটি $R=\{(t, u):|t|\le 1,|u-2|\le 3\}$ এলাকায় লিপচিজ শর্ত সিদ্ধ করে। লিপচিজ ধ্রুবকও নির্ণয় কর। [Show that the function $g(t, u)=t^2u^2+u^4$ satisfy the Lipschitz condition in the region $R=\{(t, u):|t|\le 1,|u-2|\le 3\}$. Also find the Lipschitz constant.]

৪। প্রথম ক্রমের n-সংখ্যক রৈখিক অন্তরক সমীকরণ জোটকে $x'(t)=A(t)x+B(t)$ আকারে রূপান্তর কর। অতঃপর $A(t)$ ও $B(t)$ উল্লেখপূর্বক $u^{(n)}+a_1(t)u^{(n-1)}+\cdots+a_n(t)u=b(t)$ কে বর্ণিত আকারে প্রকাশ কর। [Convert a system of first order n-linear differential equations into the form $x'(t)=A(t)x+B(t)$. Hence transform $u^{(n)}+a_1(t)u^{(n-1)}+\cdots+a_n(t)u=b(t)$ into this form mentioning $A(t)$ and $B(t)$.]

৫। ধ্রুবক পরিবর্তন সূত্র বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove the variation of constant formula.]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com

৬। দেখাও যে, $x''+x=0$ এর শূন্য সমাধান সুষমভাবে সুস্থিত কিন্তু অসীমতটীয়ভাবে সুস্থিত নয়। [Show that the zero solution of $x''+x=0$ is uniformly but not asymptotically stable.]

৭। সমাকলন চিহ্নের অধীনে কোনো ফাংশনকে অন্তরীকরণ করার পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। [Discuss the method of differentiation of a function under an integral sign.]

৮। ১ম প্রকারের ভলতেরা সমীকরণ $t=\int_0^t 3^{t-s}x(s)\,ds$ কে ২য় প্রকারের অসমমাত্রিক ভলতেরা সমীকরণে রূপান্তর কর। [Convert the VIE of the first kind $t=\int_0^t 3^{t-s}x(s)\,ds$ into a non-homogeneous VIE of second kind.]

৯। যোগজ সমীকরণে আইগেন মান ও আইগেন ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। সম্ভব হলে যোগজ সমীকরণ $\varphi(t)=\lambda\int_0^1(3t-2)s\,\varphi(s)\,ds$ এর আইগেন মান ও আইগেন ফাংশন নির্ণয় কর এবং তোমার উত্তরের কারণ ব্যাখ্যা কর। [Define eigen values and eigen functions of an integral equation. If possible find the eigen values and eigen functions of the IE $\varphi(t)=\lambda\int_0^1(3t-2)s\,\varphi(s)\,ds$. Give reason of your answer.]

গ-বিভাগ

১০। আদিমান সমস্যা $\frac{dx}{dt}=f(t,x), x(t_0)=x_0$ এর সমাধানের অস্তিত্ব ও অনন্যতা সম্পর্কিত একটি উপপাদ্য বর্ণনা কর। উপপাদ্যটির আলোকে $\frac{dx}{dt}=1+x^2, x(0)=0$ এর সমাধানের অস্তিত্ব ও অনন্যতা ব্যাখ্যা কর এবং সমীকরণটি সমাধান কর। [State a existence and uniqueness theorem for the IVP $\frac{dx}{dt}=f(t,x), x(t_0)=x_0$. Also discuss the existence and uniqueness of the solution of $\frac{dx}{dt}=1+x^2, x(0)=0$ in light of the theorem and solve it.]

১১। পিকার্ডের পর্যায়ক্রমিক আসন্নমান পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর এবং ইহার সাহায্যে আদিমান সমস্যা $y'=-y, y(0)=2$ এর সমাধান কর। [Explain the Picard method of successive approximation and use it to solve the IVP $y'=-y, y(0)=2$.]

১২। প্রমাণ কর যে, সমমাত্রিক সমীকরণ জোট $x'(t)=A(t)x(t)$ এর সকল সমাধান একটি n-মাত্রিক রৈখিক জগত গঠন করে, যেখানে $A(t)$ একটি $n\times n$ ক্রমের অবিচ্ছিন্ন ম্যাট্রিক্স ফাংশন এবং $x(t)$ একটি n-ভেক্টর। [Prove that the set of all solutions of the homogeneous system $x'(t)=A(t)x(t)$ forms a linear space of dimension n, where $A(t)$ is a continuous $n\times n$ matrix function and $x(t)$ is an n-vector.]

১৩। সমাধান কর [Solve the system]: $\dot{x}_1=x_1+x_2$

$$\dot{x}_2=3x_1-x_2+e^t$$

১৪। উদাহরণসহ বিভিন্ন প্রকার স্থিতত্ত্বের সংজ্ঞা দাও। [Define different types of stability with examples.]

১৫। রিজলভেন্ট কার্ণেলের সাহায্যে যোগজ সমীকরণ $x(t)=1+t^2+\int_0^t\frac{1+t^2}{1+s^2}x(s)\,ds$ এর সমাধান কর। [With the aid of resolvent Kernel find the solution of the IE: $x(t)=1+t^2+\int_0^t\frac{1+t^2}{1+s^2}x(s)\,ds$.]

১৬। ডিজেনারেট কার্ণেলের সংজ্ঞা দাও এবং ডিজেনারেট কার্ণেলযুক্ত সমীকরণ $u(t)=t+2\int_0^1(ts^2+t^2s)u(s)\,ds$ এর সমাধান কর এবং সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। [Define degenerate Kernel and solve the IE with degenerate Kernel $u(t)=t+2\int_0^1(ts^2+t^2s)u(s)\,ds$. Also verify the result.]

১৭। $y''-y'=t^2, y(0)=0, y(1)=0$ সীমামান সমস্যার জন্য একটি গ্রীন ফাংশন গঠন কর। [Construct Green's function for the BVP $y''-y'=t^2, y(0)=0, y(1)=0$.]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com