NUMSc-2018

ক-বিভাগ

১। (ক) কখন $f(x, y)$ ফাংশনটি লিপচিজের শর্ত সিদ্ধ করে? [When does the function $f(x, y)$ satisfy Lipchitz condition?]

(খ) কসি-পিয়ানো অস্তিত্বশীল উপপাদ্য বিবৃত কর। [State Cauchy-Piano existence theorem.]

(গ) প্রথম প্রকারের ফ্রেডহোম যোগজ সমীকরণটি লিখ। [Write the Fredholm integral equation of 1st kind.]

(ঘ) প্রতিসম কার্নেলের সংজ্ঞা দাও। [Define symmetric kernel.]

(ঙ) রনস্কিয়ান কী? [What is wronskian?]

(চ) সুস্থিতি সংজ্ঞায়িত কর। [Define statbility.]

(ছ) বিশ্লেষিত শাঁস কী? [What is the resolvent kernel?]

(জ) ভলতেরা যোগজ সমীকরণ কী? [What is Volterra integral equation?]

(ঝ) ভলতেরা ও ফ্রেডহোম যোগজ সমীকরণ কীভাবে শনাক্ত করা যায়? [What is the way to identify the Volterra and Fredholm integral equation?]

(ঞ) যোগজ অন্তরক সমীকরণ কী? [What is integral differential equation?]

(ট) একটি আদিমান সমস্যার অসীমতটীয় সুস্থিত সমাধান সংজ্ঞায়িত কর। [Define asymptotically stable solution of an IVP.]

(ঠ) গ্রীন ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Green's function.]

খ-বিভাগ

২। পিকার্ড পদ্ধতির পর্যায়ক্রমিক আসন্নমান ব্যবহার করে $\frac{dy}{dx} = 1 + xy^2,\ y(0) = 0$ এর তৃতীয় আসন্ন সমাধান বের কর। [Use Picard's method of successive approximations to find the third approximate solution of $\frac{dy}{dx} = 1 + xy^2,\ y(0) = 0$.]

৩। আদিমান সমস্যা $\frac{dy}{dx} = xy^3,\ y(0) = 1$ এর সমাধানের অস্তিত্বশীলতা ও অনন্যতা আলোচনা কর। [Discuss the existence and uniqueness of a solution of the IVP $\frac{dy}{dx} = xy^3,\ y(0) = 1$.]

৪। প্রমাণ কর যে, সমমাত্রিক ভেক্টর অন্তরক সমীকরণ $\frac{dx}{dt} = A(t)x$ এর m সংখ্যক সমাধানের যোগাশ্রয়ী সমাবেশও অন্তরক সমীকরণটির সমাধান হবে। [Prove that a linear combination of m solutions of the homogeneous vector differential equation $\frac{dx}{dt} = A(t)x$ is also a solution of it.]

৫। দেখাও যে, $y(x) = (x-1)e^{-x} + 4\int_0^{\infty} e^{-(x+t)} y(t)\,dt$ এর একটি সমাধান $y(x) = xe^{-x}$। [Show that $y(x) = xe^{-x}$ is a solution of the integral equation $y(x) = (x-1)e^{-x} + 4\int_0^{\infty} e^{-(x+t)} y(t)\,dt$.]

৬। সমাধান কর [Solve]: $x(t) = e^t - \frac{1}{2}e + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\int_0^1 x(s)\,ds$

৭। $y(x) = \lambda\int_{-1}^{1} (5xt^3 + 4x^2t)\, y(t)\,dt$ সমমাত্রিক যোগজ সমীকরণটির আইগেন মান ও আইগেন ফাংশনসমূহ নির্ণয় কর। [Find the eigen values and eigen functions of the homogeneous integral equation $y(x) = \lambda\int_{-1}^{1} (5xt^3 + 4x^2t)\, y(t)\,dt$.]

৮। $x(t) = \left(\sin t - \frac{t}{4}\right) + \frac{1}{4}\int_0^{1/2} ts\,x(s)\,ds$ এর সমাধান কর এবং সমাধানের সত্যতা যাচাই কর। [Solve $x(t) = \left(\sin t - \frac{t}{4}\right) + \frac{1}{4}\int_0^{1/2} ts\,x(s)\,ds$, verify the result.]

www.pimathclub.com www.pimathclub.com www.pimathclub.com

৯। দেখাও যে, $x' = -\alpha x, \alpha > 0$ এর সমাধান অসীমতটীয় সুস্থিত এবং দৃঢ়ভাবে সুস্থিত। [Show that the solution of $x' = -\alpha x, \alpha > 0$ is asymptotically stable and strongly stable.]

গ-বিভাগ

১০। একটি আদিমান সমস্যা সমাধানের অস্তিত্ব ও অনন্যতার উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and Prove the existene and uniqueness theorem of an IVP.]

১১। $x_1' = -x_1 + x_2 - x_3, x_2' = -2x_2 - 9x_3, x_3' = x_2 - 2x_3$ যোগাশ্রয়ী অন্তরক সমীকরণ জোটের মৌল ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর। অতঃপর সমীকরণ জোটের সমাধান কর। [Compute a fundamental matrix of the system of linear differential equation $x_1' = -x_1 + x_2 - x_3, x_2' = -2x_2 - 9x_3, x_3' = x_2 - 2x_3$. Hence solve the system.]

১২। সুষম স্থিতির সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, $x'(t) = A(t)x$ যেখানে $[0, \infty)$ ব্যবধিতে $A(t)$ একটি $n \times n$ অবিচ্ছিন্ন ম্যাট্রিক্স এবং x একটি n ভেক্টর এর সকল সমাধান সুস্থিত হবে যদি এবং কেবল যদি এরা সীমিত হয়। [Define uniform stability. Prove that all solutions of $x'(t) = A(t)x$ where $A(t)$ is a $n \times n$ continuous matrix on $[0, \infty)$ and x is an n-vector, are stable if they are bounded.]

১৩। ভলতেরা যোগজ সমীকরণ $\phi(x) = e^{-x} + \int_0^x e^{-(x-s)}\phi(s)\,ds$ এর রিজলভেন্ট কার্নেল এবং সমাধান নির্ণয় কর। [Find the resolvent and solution of the Volterra integral equation $\phi(x) = e^{-x} + \int_0^x e^{-(x-s)}\phi(s)\,ds$.]

১৪। যেকোনো ব্যবধিতে দ্বিতীয় প্রকার ফ্রেডহোম যোগজ সমীকরণটির পর্যায়ক্রমিক প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর। [Find the solution of Fredholm integral equation of the second kind in any interval by successive substitutions.]

১৫। $\phi(t) = \lambda \int_0^{\pi} \cos(t+s)\phi(s)\,ds$ যোগজ সমীকরণটি আইগেন মান ও আইগেন ফাংশন বের কর। [Find the eigen values and eigen functions of the integral equation $\phi(t) = \lambda \int_0^{\pi} \cos(t+s)\phi(s)\,ds$.]

১৬। যোগজ চিহ্নের অধীনে একটি ফাংশনের অন্তরীকরণের ব্যাখ্যা দাও এবং অন্তরক ও যোগজ সমীকরণের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর। [Explain the differentiation of a function under an integral sign and establish a relation between differential and integral equation.]

১৭। $y'' + \lambda y = f(t), y'(0) = 0, y''(\pi) = 0$ সীমামান সমস্যার জন্য একটি গ্রীন ফাংশন গঠন কর। [Construct a Green's function for the boundary value problem $y'' + \lambda y = f(t), y'(0) = 0, y''(\pi) = 0$.]