

NUH-2022

ক-বিভাগ

- ১। (ক) $-i$ কে পোলার আকারে প্রকাশ কর। [Express $-i$ in polar form.]
- (খ) সরল আবদ্ধ এলাকা কী? [What is simply connected region?]
- (গ) Entire ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। [Define Entire function.]
- (ঘ) জর্ডান চাপ বলতে কী বুঝ? [What is Jordan arc?]
- (ঙ) বীজগণিতের মৌলিক উপপাদ্যটি লেখ। [What is the fundamental theorem in algebra?]
- (চ) ঘূর্ণন সংখ্যা কখন শূন্য হয়? [When the winding number is zero?]
- (ছ) বৈশ্লেষিক ফাংশনের শূন্য বলতে কী বুঝায়? [What is meant by zero of an analytic function?]
- (জ) দ্বিযোগাশ্রয়ী রূপান্তর কী? [What is bilinear transformation?]
- (ঝ) $w = f(z)$ কনফরমাল (Conformal) চিত্রণ হওয়ার প্রয়োজনীয় শর্ত কী? [What is the necessary condition of $w = f(z)$ to be conformal mapping?]
- (ঞ) অয়লারের সূত্রটি লেখ। [Write down the Euler's formula.]
- (ট) কসির যোগজ উপপাদ্যটি বিবৃত কর। [State Cauchy's Integral formula.]
- (ঠ) মরিরার উপপাদ্যটি বিবৃত কর। [State Morera's theorem.]

খ-বিভাগ

- ২। z একটি জটিল সংখ্যা হলে $\text{amp}\left(\frac{z-2}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ এর সম্ভাব্যপথটি নির্ণয় কর। [If z is a complex number find the locuses $\text{amp}\left(\frac{z-2}{z+2}\right) = \text{constant}$.]

- ৩। যদি $f(z)$, z এর একটি বৈশ্লেষিক ফাংশন হয় তবে প্রমাণ কর যে [If $f(z)$ is an analytic function of z , then show that],

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)|f(z)|^2 = 4|f'(z)|^2$$

- ৪। লিউভিলের উপপাদ্যটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Liouville's theorem.]
- ৫। $f(z) = \sin 2z$ ফাংশনটির জন্য কচি-রিম্যান সমীকরণ যাচাই কর। [Verify Cauchy-Riemann equation for the function $f(z) = \sin 2z$.]
- ৬। $y = 2x^2$ বরাবর $(1, 1)$ থেকে $(2, 8)$ পর্যন্ত $\int_C (x^2 - iy^2) dz$ এর মান বাহির কর। [Evaluate $\int_C (x^2 - iy^2) dz$ along the parabola $y = 2x^2$ from $(1, 1)$ to $(2, 8)$.]
- ৭। $|z| = 3$ বৃত্তকে নির্দেশ করিলে $\oint_C \frac{dz}{1+z^2}$ নির্ণয় কর। [Evaluate $\oint_C \frac{dz}{1+z^2}$, where C is the circle $|z| = 3$.]
- ৮। m ক্রমের পোলবিশিষ্ট কোনো ফাংশনের ক্ষেত্রে রেসিডিউ নির্ণয়ের সূত্রটি প্রতিপাদন কর। [Establish the formula of residue of a function which has a pole of order m .]

৯। দেখাও যে, কোনো অঞ্চলে $\frac{\delta(u, v)}{\delta(x, y)} = |f'(z)|^2$ যেখানে $f(z) = u + iv$ একটি

বিশ্লেষণযোগ্য ফাংশন। [Show that $\frac{\delta(u, v)}{\delta(x, y)} = |f'(z)|^2$; where

$f(z) = u + iv$ is an analytic function in region.]

গ-বিভাগ

১০। দেখাও যে, $|\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}|^2 + |\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}|^2 = |\alpha + \beta| + |\alpha - \beta|$ ।

অতঃপর $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$ অপারেশনের জ্যামিতিক

ব্যাখ্যা দাও। [Show that, $|\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}|^2 + |\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}|^2 = |\alpha + \beta| + |\alpha - \beta|$ and therefore give geometrical interpretation of the operation $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$.]

১১। দেখাও যে, $w = f(z)$ একটি বৈশ্লেষিক ফাংশন হলে পোলার আকারের কসি-

রীম্যান সমীকরণগুলো হলো $\frac{\delta u}{\delta r} = \frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta \theta}$ এবং $\frac{\delta u}{\delta \theta} = -r \frac{\delta v}{\delta r}$ । [If $w = f(z)$

is analytic function then show that the Cauchy-Reimann equations

in polar form are $\frac{\delta u}{\delta r} = \frac{1}{r} \frac{\delta v}{\delta \theta}$ and $\frac{\delta u}{\delta \theta} = -r \frac{\delta v}{\delta r}$.]

১২। দেখাও যে, $(1, 2)$ বিন্দু ব্যতীত প্রত্যেক এলাকায় $\phi = \ln\{(x-1)^2 + (y-2)^2\}$

ফাংশনটি হারমোনিক। একটি ফাংশন ψ নির্ণয় কর যেন $\phi + i\psi$ বৈশ্লেষিক হয়

এবং ইহাকে z এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। [Show that,

$\phi = \ln\{(x-1)^2 + (y-2)^2\}$ is harmonic in every region which does

not include the points $(1, 2)$. Find a function ψ such that $\phi + i\psi$ is

analytic and express $\phi + i\psi$ in terms of z .]

১৩। দেখাও যে, যদি z এর সকল মানের জন্য $f(z)$ বিশ্লেষণযোগ্য ও আবদ্ধ হয়

তাহলে $f(z)$ অবশ্যই ধ্রুবক। [If $f(z)$ is analytic and bounded for all

z , then prove that $f(z)$ must be constant.]

১৪। $f(z) = \frac{z^8 + z^4 + 2}{(z-1)^3(3z+2)^2}$ ফাংশনের z সমতলে সকল Singularity নির্ণয় কর

এবং $f(z)$ কোথায় বৈশ্লেষিক তাও নির্ণয় কর। [For the function

$f(z) = \frac{z^8 + z^4 + 2}{(z-1)^3(3z+2)^2}$ locate and name all the singularities in the

finite z -plane and also determine where $f(z)$ is analytic.]

১৫। লরেন্ট উপপাদ্যটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove the Laurent's theorem.]

১৬। কন্ট্যুর সমাকলনের সাহায্যে $\int_0^\infty \frac{\cos mx}{x^2 + a^2} dx, a > 0, m > 0$ এবং

$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + \sin \theta}$ সমাকলনের মান নির্ণয় কর। [Evaluate

$\int_0^\infty \frac{\cos mx}{x^2 + a^2} dx, a > 0, m > 0$ and $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 + \sin \theta}$ integrals by contour

integration.]

১৭। Contour Integration পদ্ধতিতে মান নির্ণয় কর [Evaluate by the method of Contour Integration]:

$$(i) \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta, a^2 < 1$$

$$(ii) \int_0^\infty \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)^2} dx$$