

## < Manifold Short Suggestion 2022 >

### MSc Final Year

০১. স্বাভাবিক সমীকরণ বা রিকার্টি সমীকরণের সাধারণ সমাধান বর্ণনা কর। [NUMSc-2018,20]

০২. প্রমাণ কর যে, একটি বক্ররেখা গোলকের উপর অবস্থান করার প্রয়োজনীয় এবং যথেষ্ট শর্ত হলো- বক্ররেখাটির যে কোনো বিন্দুতে  $\frac{p}{\sigma} + \frac{d}{ds} \left( \frac{\rho'}{\tau} \right) = 0$  [NUMSc-2012,14]

০৩. প্রমাণ কর  $(X''')^2 + (Y''')^2 + (Z''')^2 = \frac{1}{\rho^2 \sigma^2} + \frac{1+\rho'^2}{p^4}$  [NUMSc-2012,2017,2021]

০৪. দেখাও যে,  $\underline{x} = (a \sin u, 0, a \cos u)$  বক্ররেখাটি একটি গোলকে উপর অবস্থিত। [NUMSc-2015,19]

০৫. দেখাও যে,  $e^z \cos x = \cos y$  তলটি একটি লঘুতল। [NUMSc-2016,18]

০৬. কোডাজি সমীকরণের জন্য বর্ণনা কর। [NUMSc-2013,17]

০৭. নির্ণয় কর : (a)  $g^{ij}$ , (b)  $\Gamma_{ijk}$  অথবা (i, jk) এবং (c)  $\Gamma_{jk}^i$  যখন  $i, j, k = 1, 2$  এবং  $ds^2 = E du^2 + 2F du dv + G dv^2 = g_{11} (dx^1)^2 + 2g_{12} dx^1 dx^2 + g_{22} (dx^2)^2$ . [NUMSc-2012,17,18]

০৮. যাচাই কর যে, ভিনগার্টেনের সমীকরণকে টেনসরের সাহায্যে নিম্নের আকারে লেখা যায় ,

$$\underline{N}_i = (g^{jk} h_{jk}) \underline{x}_j, (i, j, k = 1, 2). \quad [NUMSc-2018]$$

০৯. দেখাও যে একটি তল প্রসারণযোগ্য হওয়ার প্রয়োজনীয় এবং যথেষ্ট শর্ত হলো এর গাউসিয়ান বক্রতা শূন্য। [NUMSc-2016,19]

১০. দেখাও যে : (a)  $y = tx - t^3, z = t^3 y - t^6$  রেখা দ্বারা প্রসারণযোগ্য তল সৃষ্টি হয়। [NUMSc-2014] (b)  $x = 3t^2 z + 2t(1 - 3t^4), y = -2tz + t^2(3 + 4t^2)$  রেখা দ্বারা নৈকতলীয় তল সৃষ্টি হয়। [NUMSc-2020]

১১. প্রমাণ কর যে, একটি প্যাঁচানো বক্ররেখার স্পর্শক দ্বারা সৃজিত তল প্রসারণযোগ্য। [NUMSc-2017,20]

১২. পৃষ্ঠতলের প্রভূমিতিক এর সংজ্ঞা দাও। প্রমাণ কর যে, জিওডেসিকের সমীকরণকে নিম্নরূপে লেখা যায়

$$\frac{d^2 v}{du^2} = \Gamma_{22}^1 \left( \frac{dv}{du} \right)^3 + \left( 2\Gamma_{12}^1 - \Gamma_{22}^2 \right) \left( \frac{dv}{du} \right)^2 + \left( \Gamma_{11}^1 - 2\Gamma_{12}^2 \right) \frac{dv}{du} - \Gamma_{11}^2$$

Sudipta Das (Founder of Pi Math )



১৩. প্রমাণ কর যে,  $\frac{v^3}{u^2} =$  ধ্রুবক বক্ররেখাগোত্র হলে  $v^2 du^2 - 2uv dudv + 2u^2 dv^2 (u > 0, v > 0)$ . মেট্রিক সাপেক্ষে তলের প্রভূমিতিক। [NUMSc-2012,14]

১৪. প্রমাণ কর, (i)  $(\underline{X}_u \wedge \underline{X}_{uv}) \cdot \underline{N} = \Gamma_{11}^2 \sqrt{EG - F^2}$  [NUMSc-2012,15]

(ii)  $(\underline{X}_u \wedge \underline{X}_{uv}) \cdot \underline{N} = \Gamma_{12}^2 \sqrt{EG - F^2}$  [NUMSc-2020]

১৫. লিউভিলের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [NUMSc-2017,19]

১৬. Clairaut এর উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [NUMSc-2016,18]

১৭. গাউস-বোনেট উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [NUMSc-2016, 20]

১৮. প্রভূমিতিক-এর প্যাঁচ নির্ণয় কর। [NUMSc-2015,16]

১৯. দেখাও যে ডিওডেসিকের প্যাঁচ শূন্য। [NUMSc-2017,20]

২০. (i) যদি প্রভূমিতিক এর বক্রতা এবং প্যাঁচ যথাক্রমে  $\kappa$  এবং  $\tau$  হয়, তবে প্রমাণ কর:

$$\tau^2 = (\kappa - \kappa_{n_1})(\kappa_{n_2} - \kappa) \quad [\text{NUMSc-2017,19}]$$

২১. দুটি তলের মধ্যে অন্তরীকরণযোগ্য অনুচিত্রণ সমরূপী চিত্রণ হওয়া প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট নির্ণয়।

[NUMSc-2018,20]

২২. অভিক্ষেপ চিত্রণ এর সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, অভিক্ষেপ চিত্রণ  $\pi: TM \rightarrow M$  একটি  $C^\infty$  চিত্রণ।

[NUMSc-2018,20]

২৩. স্পর্শ চিত্রণ এর সংজ্ঞা দাও। চেইন নিয়মটি প্রমাণ কর।

$$T_x (g \circ f) = T_{f(x)} g \circ T_x f. \quad [\text{NUH-2017,20}]$$

২৪. লি-বন্ধনীর জন্য প্রমাণ কর : (i)  $[\lambda X + \mu Y, Z] = \lambda[X, Z] + \mu[Y, Z]$  [NUMSc-2016, 18]

এবং  $[X, \lambda Y + \mu Z] = \lambda[X, Y] + \mu[X, Z]$

(ii)  $[X, Y] = -[Y, X]$  [NUMSc-2011, 2014]

(iii)  $[X, [Y, Z]] + [Y, [Z, X]] + [Z, [X, Y]] = 0$  [NUH-2018,20]

Sudipta Das (Founder of Pi Math )