



DIFFERENTIAL GEOMETRY SHORT SUGGESTION 2023

Honours 3rd Year

১. $x = a \cos u, y = a \sin u, z = bu$ বক্ররেখার যে কোনো বিন্দুতে একক স্পর্শক ভেক্টর $\underline{t}$ এবং স্পর্শকের দিক কোসাইন নির্ণয় কর। [NUH-2021] [Class No-02]

২. $\underline{r} = (u, u^2, u^3)$ বক্ররেখার $u = 1$ বিন্দুতে স্পর্শকরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

[NUH-2015,19,21] [Class No-03]

৩. $\underline{X} = (a \cos u, a \sin u, bu)$ বক্ররেখার $u = \frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে স্পর্শ লম্ব তলের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[NUH-2012,16,18] [Class No- 04]

৪. $\underline{r} = (au, -bu^2, cu^3)$ বক্ররেখার উপর $u = 1$ বিন্দুতে স্পর্শলম্বতলের সমীকরণ সমীকরণ নির্ণয় কর।

[NUH-2014,21] [Class No- 05]

৫. প্রমাণ কর যে, $\underline{r} = \underline{r}(s)$ রেখাটি সরলরেখা হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হলো রেখাটির উপর সকল বিন্দুতে $\kappa = 0$. [NUH-2010,13,16,18] [Class No-10]

৬. প্রমাণ কর যে একটি বক্ররেখা কোনো সমতলে অবস্থান করার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হল বক্ররেখাটির উপর সকল বিন্দুতে $\tau = 0$. [NUH- 2019] [Class No-11]

৭. নিচের রেখার উপর u বিন্দুতে $\underline{t}, \underline{n}, \underline{b}, \kappa, \tau$ নির্ণয় কর।

$$\underline{r} = (a \cos u, a \sin u, bu) \quad [NUH-2014] [Class No- 06]$$

৮. $\underline{r} = (u, u^2, u^3)$ বক্ররেখার $u = 1$ বিন্দুতে স্পর্শক রেখা, অভিলম্ব রেখা ও দ্বি-অভিলম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [NUH-2013,2016] [Class No-07]

৯. প্রচলিত প্রতীকে প্রমাণ কর:

$$(i) [\underline{t}' \underline{t}'' \underline{t}'''] = \kappa^3 (\kappa \tau' - \kappa' \tau) = \kappa^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{\tau}{\kappa} \right) \quad [NUH-2013,17] \quad [Class No-08]$$

$$(ii) [\underline{b}' \underline{b}'' \underline{b}'''] = \tau^3 (\kappa' \tau - \kappa \tau') = \tau^5 \frac{d}{ds} \left(\frac{\kappa}{\tau} \right) \quad [NUH-2014,17,21] \quad [Ex-37(ii)]$$

$$(iii) [\underline{r}' \underline{r}'' \underline{r}'''] = [\underline{t} \underline{t}' \underline{t}'] = \kappa^2 \tau (\underline{t} \underline{n} \underline{b}) \quad [NUH-2010,13,19] [Class No-15]$$

১০. যদি একটি বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে স্পর্শক ও দ্বিলম্ব একটি নির্দিষ্ট দিকের সাথে যথাক্রমে θ ও ϕ কোণ উৎপন্ন করে তবে দেখাও যে, $\frac{\sin \theta}{\sin \phi} \frac{d\theta}{d\phi} = -\frac{\kappa}{\tau}$ [NUH-2010,13,16,18,20] [Class No-09]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



১১. $x = a \cos t, y = a \sin t, z = at \cot \alpha$ বক্ররেখার জন্য বক্রতা এবং প্যাঁচ নির্ণয় কর।

[NUH-2010,17] [Ex-42]

১২. নিম্নের বক্ররেখাসমূহের বক্রতা ও প্যাঁচ নির্ণয় কর।

(i) $x = 3s - s^3, y = 3s^2, z = 3s + s^3$ [NUH-2013,16] [Ex-45(iii)]

(ii) $x = a(t - \sin t), y = 1 - \cos t, z = bt$ [NUH-2012,16,18] [Class No-21]

১৩. $x = 3t, y = 3t^2, z = 2t^3$ বক্ররেখার জন্য দেখাও যে, $\rho = \sigma = \frac{3}{2} = (1 + 2t^2)^2$

[NUH-2019,21] [Class No-17]

১৪. প্রমাণ কর যে, $x = x(s)$ রেখা কুণ্ডলী হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত $\frac{\tau}{\kappa} = \pm \cot \alpha, \alpha$ ধ্রুবক।

[NUH-2011,13,15,16]

[Class No-22]

অথবা, প্রমাণ কর যে, কোনো বক্ররেখা কুণ্ডলী হওয়ার প্রয়োজনীয় ও পর্যাপ্ত শর্ত হচ্ছে যে ইহার বক্রতা এবং টরসন এর অনুপাত ধ্রুবক। [NUH-2013,19]

১৫. দেখাও যে, ইনভোলিউটের টরসন $\tau_i = \frac{\kappa\tau' - \tau\kappa'}{\kappa(C-S)(\kappa^2 + \tau^2)}$ [NUH-2012,16,18] [Class No- 20]

১৬. দেখাও যে দ্বি-অভিলম্বের গোলকীয় ইনডিকেট্রিক্স (Spherical indicatrix of binormal) এর বক্রতা

$\kappa_b = \frac{\sqrt{\kappa^2 + \tau^2}}{\tau}$ এবং প্যাঁচ $\tau_b = \frac{\kappa\tau' - \tau\kappa'}{\kappa(\kappa^2 + \tau^2)}$ [NUH-2012,16] [Class No-25]

১৭. দেখাও যে বারট্রান্ড কার্ভের প্রতিষঙ্গী বিন্দুতে স্পর্শকদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ ধ্রুবক।

[NUH-2011,12,13,20] [Ex-64]

১৮. $\underline{r} = \underline{r}(s)$ বক্ররেখা, a ব্যাসার্ধ এবং $\underline{c}$ কেন্দ্র বিশিষ্ট কোনো গোলকের পর অর্থাৎ $(\underline{R} - \underline{c})(\underline{R} - \underline{c}) = a^2$ গোলকের উপর অবস্থিত হলে প্রমাণ কর: [Ex-67]

(i) $\underline{c} = \underline{r} + \frac{n}{\kappa} - \frac{\kappa' b}{\kappa^2 \tau} = \underline{r} + R \underline{n} + R' T \underline{b}$ [NUH-2013,16,18]

(ii) $\frac{d}{ds} \left(\frac{\kappa'}{\kappa^2 \tau} \right) = \frac{\tau}{\kappa}$ [NUH-2011,13,16,18]

(iii) $\left(\frac{1}{\kappa} \right)^2 + \left(\frac{\kappa'}{\kappa^2 \tau} \right)^2 = a^2$ বা, $R^2 + (R'T)^2 = a^2$ [NUH-2013,18]

১৯. দেখাও যে, অশূন্য ধ্রুবক বক্রতা বিশিষ্ট কেবল সমতলীয় রেখাই বৃত্ত হবে।

[NUH-2010,13,20] [Class No-23]

২০. $f(u)$ নির্ণয় কর যেখানে $\underline{x} = (a \cos u, a \sin u, f(u))$ সমতলীয় বক্ররেখা।

[NUH-2010,17,21] [Class No-24]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



২১. $x^2y + 2xz = 4$ বক্রতলের $(2, -2, 3)$ বিন্দুতে একক অভিলম্ব ভেক্টর নির্ণয় কর।

[NUH-2019,2021] [Class No-34]

২২. দেখাও যে পরামিতি রূপান্তরণে মেট্রিক অপরিবর্তক।

[NUH-2012,2017] [Class No-26]

২৩. নিচের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(i) $\underline{x} = (a \sin u \cos v, a \sin u \sin v, a \cos u)$ যেখানে $0 \leq u \leq \pi$ এবং $0 \leq v \leq 2\pi$.

[NUH-2012,21] [Class No-36]

(ii) $\underline{r} = (b \cos u + a \cos u \sin v, b \sin u + a \sin u \sin v, a \cos v)$ যেখানে $0 \leq u \leq 2\pi$ এবং $0 \leq v \leq 2\pi$.

[NUH-2013] [Ex-9(ii)]

২৪. $\underline{r} = \underline{r}(u, v)$ বক্রতলের দ্বিতীয় মৌলিক আকার $II = -d\underline{r} \cdot d\underline{N} = e(du)^2 + 2f du dv + g(dv)^2$ হলে দেখাও যে $e = -\underline{r}_u \cdot \underline{N}_u$, $2f = -(\underline{r}_u \cdot \underline{N}_v + \underline{r}_v \cdot \underline{N}_u)$ এবং $g = -\underline{r}_v \cdot \underline{N}_v$ [NUH-2013,16,18] [Class No-27]

২৫. $z = f(x, y)$ বক্রতলের দ্বিতীয় মৌলিক আকার। [NUH-2011,13,16,21] [Class No-32]

২৬. u ও v পরামিতিক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে দেখাও যে, $\cos \theta = \frac{F}{\sqrt{EG}}$ পরামিতিক রেখাদ্বয় লম্ব হওয়ার শর্ত নির্ণয় কর। [NUH-2013,2015] [Class No-28]

২৭. $\underline{x} = (u \cos v, u \sin v, av + b)$ বক্রতলের u ও v পরামিতিক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

[NUH-2013,2015,2021] [Class No-35]

২৮. দেখাও যে $M du + N dv = 0$ দ্বারা প্রকাশিত বক্ররেখাসমূহ $(EN-FM) du + (FN-GM) dv = 0$ দ্বারা প্রকাশিত বক্ররেখাসমূহের সহিত লম্ব। ইহার সাহায্যে $r = a \cos \theta$ বৃত্তসমূহের লম্বজোড় নির্ণয় কর। [NUH-2014,17,19] [Class No-33]

২৯. একটি তলের উপর একটি রেখা বক্রতার রেখা হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হলো ইহার উপর প্রত্যেক বিন্দুতে $\frac{d\underline{N}}{ds} \propto \frac{d\underline{r}}{ds}$ বা $d\underline{N} + \kappa_n d\underline{r} = \underline{0}$ যেখানে κ_n অভিলম্ব বক্রতা নির্দেশ করে।

[NUH-2013,15,17,19,21]

[Class No-46]

৩০. যদি বক্রতা দিক অপর কোনো দিকের সহিত α কোণ উৎপন্ন করে এবং প্রধান বক্রতা κ_{n_1} ও κ_{n_2} হয় তবে অয়লারের উপপাদ্য $\kappa_n = \kappa_{n_1} \cos^2 \alpha + \kappa_{n_2} \sin^2 \alpha$.

[NUH-2011,12,14,19] [Class No-38]

৩১. উইনগারটেন সমীকরণ। [NUH-2013,14,15,18] [Class No-47]

৩২. $\underline{r} = (u + v, u - v, uv)$ বক্রতলের জন্য $u = 1, v = 1$ বিন্দুতে গড়বক্রতা ও গাউসিয়ান বক্রতা নির্ণয় কর।

[Class No-39]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

for Paid Course - 01628885434



৩৩. দেখাও যে, যদি e, f, g কোনো তলের উপর সর্বত্র শূন্য হয় তবে তলটি কোনো সমতলের অংশ।

[NUH-2016,18] [Class No-40]

৩৪. তিনটি মৌলিক আকারের মধ্যে সম্পর্ক। [NUH-2012,18,20] [Th-3.42]

----- ■ -----



Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>