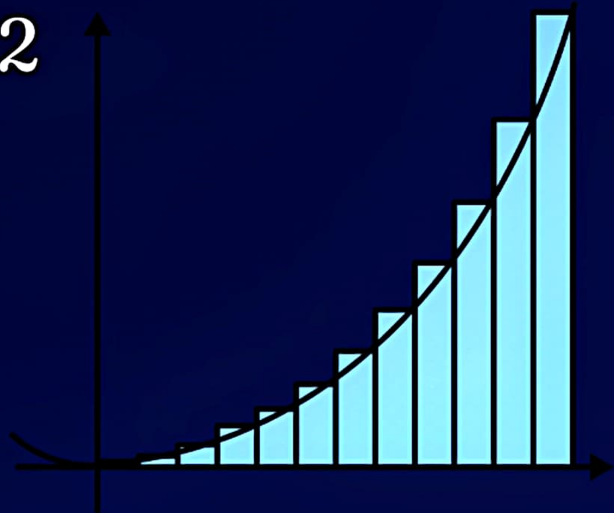
QUANTUM MECHANICS

SHORT SUGGESTION 2022

MSc Final Year

$$\int_a^b f(x)\,dx$$



Q. চিরায়ত বলবিদ্যার সীমাবদ্ধতাসমূহ আলোচনা কর। [Discuss the limitations of classical mechanics.] *[NUMSc-20, 17, 15]*

বলবিদ্যার সকল বিষয়ে সুস্পষ্ট ব্যাখ্যা ও ধারণা দিতে চিরায়ত বলবিদ্যা অপারগ। সুতরাং চিরায়ত বলবিদ্যার কিছু সীমাবদ্ধতা বা অক্ষমতা রয়েছে। নিম্নে কতিপয় সীমাবদ্ধতা বা অক্ষমতা তুলে ধরা হলো:

১। আলোক তড়িৎ ক্রিয়া সম্পর্কিত আইনস্টাইনের সমীকরণ **(Einstein's equation about photoelectric effect)**

আইনস্টাইনের আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার সমীকরণটি নির্ণয় কর। [Derive the Einstein's equation for photoelectric effect.] ***[NUMSc-20, 17, 15]***

1.19 দ্য ব্রগলি তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (De Broglie wave length)

Q. ডি ব্রগলীয় সম্পর্ক $\lambda = \frac{h}{p}$ প্রতিপাদন কর। [Derive the De Broglie relation $\lambda = \frac{h}{p}$.] ***[NUMSc-20, 18, 15]***

2.2 তরঙ্গ ফাংশনের ভৌত তাৎপর্য (Physical significance of wave function)

Q. তরঙ্গ ফাংশনের ভৌত তাৎপর্য লিখ। [Write the physical significance of wave function.] ***[NUMSc-19, 16, 14, 12, 10]***

3.2 শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ (Schrodinger wave equation)

Q. সাধারণ আকারে শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ নির্ণয় কর। [Establish Schrodinger wave equation in general form.] *[NUMSc-*

অথবা, সময় নির্ভর (কাল নির্ভর) শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। [Derive t dependent Schrodinger wave equation.]

অথবা, মুক্ত কণার ক্ষেত্রে শ্রোডিংগার তরঙ্গ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। [Der Schrodinger wave equation formula for a free particle.]

অথবা, m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণার গতির সমীকরণকে শ্রোডিঙ্গার কি $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+V(r,t)\psi$ আকৃতিতে পরিণত করেছিলেন তা বর্ণনা ক [Describe how Schrodinger developed the equation of motion o particle of mass m into the form $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+V(r,t)\psi$.

[NUMSc-20, 13, 11,

3.3 সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ (Time independent Schrodinger wave equation)

Q. সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর। [Derive time independent Schrodinger wave equation.] *[NUMSc-10*

অথবা, শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণের সাধারণ আকার হতে সময় নিরপেক্ষ ও সময় নির্ভ তরঙ্গ সমীকরণ পৃথক কর। [Seperate the general form of Schrodinger wave equation into time dependent and time independent wave equation.]

অথবা, মুক্ত কণার জন্য সময় নিরপেক্ষ শ্রোডিঙ্গারের তরঙ্গ সমীকরণ প্রতিষ্ঠা কর [Derive time independent Schrodinger wave equation.] *[NUMSc-12*

অথবা, স্রোডিংগারের সময় অনির্ভরশীল তরঙ্গ সমীকরণ নির্ণয় কর। [Derive time independent Schrodinger wave equation.] *[NUMSc-17, 15*

আমরা জানি, সাধারণ আকারে ত্রিমাত্রিক শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ,

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\mathbf{r},t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r},t)+V(\mathbf{r},t)\psi(\mathbf{r},t) \quad (1$$

3.9 সম্ভাব্যতা/সম্ভাবনা স্রোত ঘনত্ব (Probability current density)

Q. দেখাও যে, সম্ভাবনা স্রোত ঘনত্ব $\mathbf{S}(\mathbf{r},t)$ এবং অবস্থান সম্ভাবনা $P(\mathbf{r},t)=\psi\psi^*$ সমীকরণ $\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=0$ কে সিদ্ধ করে। [Show the probability current density $\mathbf{S}(\mathbf{r},t)$ together with the probab density $P(\mathbf{r},t)=\psi\psi^*$ satisfies the equation $\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=0$

[NUMSc

অথবা, নিরবচ্ছিন্নতার সমীকরণ $\frac{\partial}{\partial t}P(\mathbf{r},t)+\nabla\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=0$ বের কর। [Derive equation of continuity $\frac{\partial}{\partial t}P(\mathbf{r},t)+\nabla\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=0$]

[NUMSc-19, 17,

অথবা, অবিচ্ছিন্নতার সমীকরণ $\frac{\partial}{\partial t}P(\mathbf{r},t)+\nabla\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=0$ নির্ণয় কর। আরও দে যে, $\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=\psi^*\frac{\hbar}{im}\nabla\psi$ এর বাস্তব অংশ, যেখানে ψ শ্রোডিঙ্গার সমীক সমাধান। [Derive the equation of contin $\frac{\partial}{\partial t}P(\mathbf{r},t)+\nabla\cdot\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=0$. Hence also show that, $\mathbf{S}(\mathbf{r},t)=$ real of $\psi^*\frac{\hbar}{im}\nabla\psi$, where ψ is the solution of Schrodinger equation.]

[NUMSc-

অথবা, যদি $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+V\psi,\ P=|\psi|^2$, তবে দেখাও যে $\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla\cdot S$ যেখানে $S=-\frac{i\hbar}{2m}\{\psi^*\nabla\psi-(\nabla\psi^*)\psi\}$। প্রমাণ কর যে $S=\left(\psi^*\frac{\hbar}{im}\nabla\right.$ এর বাস্তব সংখ্যা। [If $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+V\psi,\ P=|\psi|^2$, then sh that $\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla\cdot S=0$ where $S=-\frac{i\hbar}{2m}\{\psi^*\nabla\psi-(\nabla\psi^*)\psi\}$. Prove $S=$ real part of $\left(\psi^*\frac{\hbar}{im}\nabla\psi\right)$.]

অথবা, দেখাও যে [Show that], $\bar{s}(\bar{r},t)=\mathrm{Re}\left(\psi^*\frac{\hbar}{im}\nabla\psi\right)$ ***[NUMSc-20,***

অথবা, দেখাও যে, অবস্থানের ঘনত্বের সম্ভাব্যতা $P(r,t)=|\psi(r,t)|^2$। [Show also that position probability density $P(r,t)=|\psi(r,t)|^2$.]

[NUMSc-19, 13, 11, 09]

আমরা জানি, তরঙ্গ ফাংশন ψ ও তার জটিল অনুবন্ধি ψ^* এর গুণফলই হলো কোনো কণার অবস্থান সম্ভাব্যতা (Position probability)। এটি সাধারণত $P(\mathbf{r},t)$ দ্বারা সূচিত হয়।

অর্থাৎ $P(\mathbf{r},t)=\psi(\mathbf{r},t)\,\psi^*(\mathbf{r},t)=|\psi(\mathbf{r},t)|^2$

আমরা জানি, $d\mathbf{r}$ ক্ষুদ্র আয়তনে কোনো কণা প্রাপ্তির সম্ভাব্যতা

$$\psi\psi^*d\mathbf{r}\ \text{বা},\ |\psi|^2d\mathbf{r}\ \text{বা},\ |\psi(\mathbf{r},t)|^2d\mathbf{r}\ ।$$

আবার সম্পূর্ণ জগতে কোনো কণা প্রাপ্তির সম্ভাব্যতা হবে 1 (একক)।

যেহেতু তরঙ্গ ফাংশন এককে নর্মায়িত, সুতরাং নির্দিষ্ট V আয়তনে $P(\mathbf{r},t)$ বিবেচনা করা হলে,

$$P(\mathbf{r},t)=\int_V|\psi(\mathbf{r},t)|^2\,d\mathbf{r}=\int_V\psi^*\psi\,d\mathbf{r}=1$$

$$\Rightarrow\frac{\partial}{\partial t}\int_V P(\mathbf{r},t)d\mathbf{r}=\frac{\partial}{\partial t}\int_V\psi^*\psi\,d\mathbf{r}=\int_V\frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\psi)d\mathbf{r}=0 \qquad (1)$$

আমরা জানি, সময় নির্ভর শ্রোডিঙ্গার তরঙ্গ সমীকরণ,

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi+V\psi \qquad (2)$$

এটির জটিল অনুবন্ধী আকার,

$$-i\hbar\frac{\partial\psi^*}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi^*+V\psi^* \qquad (3)$$

এখন সমীকরণ (2) ও (3) কে যথাক্রমে ψ^* ও ψ দ্বারা গুণ করে পাই,

$$i\hbar\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\psi^*\nabla^2\psi+V\psi^*\psi \qquad (4)$$

এবং $$-i\hbar\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\psi\nabla^2\psi^*+V\psi\psi^* \qquad (5)$$

$$(4)-(5)\Rightarrow i\hbar\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}+\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right)=-\frac{\hbar^2}{2m}(\psi^*\nabla^2\psi-\psi\nabla^2\psi^*)$$

$$\Rightarrow\frac{\partial}{\partial t}(\psi^*\psi)=-\frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla^2\psi-\psi\nabla^2\psi^*) \qquad (6)$$

3.13 ইরেনফেষ্ট উপপাদ্য (Ehrenfest theorem)

Q. আরেনফেস্ট উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Ehrenfest's theorem.] ***[NUMSc-20, 18, 16, 14, 13, 11]***

অথবা, দেখাও যে [Show that],

(i) $m\dfrac{d}{dt}<x>=<P_x>$ ***[NUMSc-19]***

(ii) $\dfrac{d}{dt}<P_x>=\left\langle -\dfrac{\partial v(r)}{\partial x}\right\rangle$

যেখানে $<x>$ এবং $<P_x>$ যথাক্রমে x ও P_x এর প্রত্যাশা মান এবং $V(r)$ বিভব। [where $<x>$ and $<P_x>$ are respectively the expectation values of x and P_x and $V(r)$ is potential.] ***[NUMSc-12]***

সমস্যা-4: প্রমাণ কর যে, একটি তরঙ্গ ফাংশনের ক্ষেত্রে $< P_x >$ বাস্তব। [Prove that $< P_x >$ is real for a wave function.]

অথবা, সরাসরি দেখাও যে, একটি তরঙ্গ গুচ্ছের জন্য $< P_x >$ বাস্তব। [Show directly that $< P_x >$ is real for a wave packet.] ***[NUMSc-18, 16, 14, 11, 10]***

4.4 সসীম বিভব ধাপ (Finite potential step)

Q. m ভরবিশিষ্ট বস্তুকণাটি নিম্নে বর্ণিত বিভব এর আওতাধীন [A particle of mas
m is under the influence of the potential],

$$V(x) = 0 \text{ যখন [for] } |x| < a \text{ বা } -a < x < a$$

$$= V_0 \text{ যখন [for] } |x| > a$$

শক্তিস্তর নির্ণয় করার প্রণালী বর্ণনা কর। [Describe a method how you ca
find out the energy levels.] *[NUMSc-19, 17, 15, 13, 1*

4.5 অসীম বর্গাকার কূপের বিভব (Infinite square well potential)

Q. $V(x)=\begin{cases}0, & |x| \le a\\ \infty, & |x| > a\end{cases}$ বিভবের প্রভাবে কোনো বস্তুকণার নরমালাইজড্ আইগেন ফাংশন ও আইগেনমানসমূহ নির্ণয় কর। [Determine the normalized eigen functions and eigen values of a particle under the action of the potential $V(x)=\begin{cases}0, & |x| \le a\\ \infty, & |x| > a\end{cases}$.] *[NUMSc-20, 18, 16, 14]*

বিভব ফাংশন $V(x)$ হলে এই ক্ষেত্রে বিভব শক্তি বিতরণ/বন্টন নিম্নরূপ:

$$V(x)=\begin{cases}0, & |x|<a\\ \infty, & |x|\ge a\end{cases}=\begin{cases}0, & -a<x<a\\ \infty, & x\le -a \text{ অথবা } x\ge a\end{cases}$$

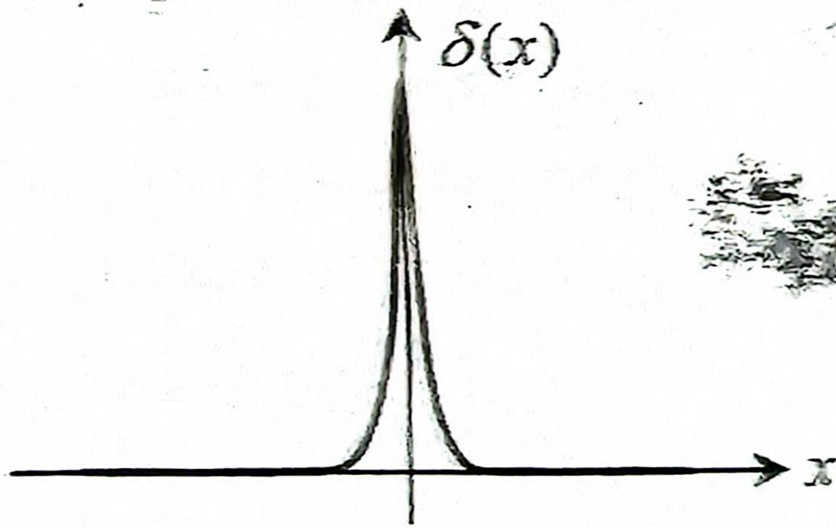
$$=\begin{cases}0, & -a<x<a\\ \infty, & -a\ge x\ge a\end{cases}$$

5.2 ডিরাক-ডেল্টা ফাংশন অথবা ডেল্টা ফাংশন (Dirac-delta function or Delta function)

Q. ডিরাক-ডেল্টা ফাংশন বর্ণনা কর। [Describe Dirac-delta function.]

[NUMSc-20, 16, 14(old), 09]

ডিরাক-ডেল্টা ফাংশনকে এমনভাবে সংজ্ঞায়িত করা হয় যেন বাস্তব সংখ্যারেখায় শূন্য বিন্দুতে অর্থাৎ মূলবিন্দুতে এর মান অসীম উচ্চতায় থাকে এবং মূলবিন্দু বাদে এর মান শূন্য। শুধুমাত্র শূন্য বিন্দু বাদ দিয়ে এর সমাকলনের মান 1 হয়, যখন ব্যবধি $-\infty$ হতে $+\infty$ পর্যন্ত।



অর্থাৎ ডিরাক-ডেল্টা ফাংশন:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & \text{যখন } x \neq 0 \\ \infty, & \text{যখন } x = 0 \end{cases}$$

এবং $\int^{\infty} \delta(x)dx = 1$ (1)

5.3 δ -ফাংশনের বিধি (Properties of δ -function)

1. $\delta(-x)=\delta(x)$ [NUMSc-17, 15]
2. $\delta'(x)=-\delta'(-x)$ [NUMSc-17, 09]
3. $x\delta(x)=0$ [NUMSc-19, 15]
4. $x\delta'(x)=-\delta(x)$ [NUMSc-19]

[NUMSc-09]

7 **ভরবেগ আইগেন-ফাংশন ও আবদ্ধতার ধর্ম (Momentum eigen functions and closure property)**

ভরবেগ অপারেটরের আইগেন ফাংশনসমূহ নির্ণয় কর। [Find the eigen functions of the momentum operator.] *[NUMSc-20, 17, 14, 12]*

ভরবেগ আইগেন-ফাংশন ও আইগেন-মানঃ

5.13 কোয়ান্টাম বলবিদ্যার মৌলিক স্বীকার্য (Postulates of quantum mechanics) 100% → **** *[NUMSc-20, 18, 16, 14, 12]*

কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞান কতগুলো সুনির্দিষ্ট স্বীকার্যের উপর প্রতিষ্ঠিত। যে স্বীকার্যগুলোর সাহায্যে কোয়ান্টাম বলবিজ্ঞানের সকল সমস্যার সমাধান করা যায়, তা নিম্নরূপ:

সমস্যা-6: প্রমাণ কর যে, হার্মিশিয়ান ম্যাট্রিক্সের আইগেন মানসমূহ বাস্তব। [Prove that the eigen values of a Hermitian matrix are real.]

[NUMSc-20, 16, 09]

5.10 হাইড্রোজেন পরমাণু (The hydrogen atom)

[NU(Ph-1)-13, 12, 10, 08, 96
NUMSc-19, 13, 11, 09, 08, 05, 04, 02, 01, 00(Old), 96]

কেবল একটি প্রোটন বিশিষ্ট নিউক্লিয়াস ও একে ঘিরে ঘূর্ণায়মান একটি ইলেকট্রন দ্বারা হাইড্রোজেন পরমাণু গঠিত। মনে করি, নিউক্লিয়াসের চার্জ Ze এবং ইলেকট্রনের চার্জ $-e$ । নিউক্লিয়াস এবং ইলেকট্রনের চার্জ যথাক্রমে m_1 ও m_2 এবং তাদের অবস্থান যথাক্রমে x_1, y_1, z_1 এবং x_2, y_2, z_2 । তরঙ্গ সমীকরণ হচ্ছে

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, t)=\left[-\frac{\hbar^2}{2m_1}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_1^2}\right)\right.$$

$$\left.-\frac{\hbar^2}{2m_2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2}{\partial y_2^2}+\frac{\partial^2}{\partial z_2^2}\right)+V(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, t)\right]$$

$$\psi\left(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, t\right) \qquad (1)$$

বিভব শক্তি স্থানাংকের উপর নির্ভর করে।

মনে করি, $V=V(x_1-x_2, y_1-y_2, z_1-z_2)=V(x, y, z)$

সমস্যা-1: ত্রিমাত্রিক তরঙ্গ গুচ্ছের ক্ষেত্রে দেখাও যে, [Show that for a three dimensional wave packet] *** 100%

$$\frac{d}{dt}\langle x^2\rangle = \frac{1}{m}\left(\langle xP_x\rangle + \langle P_x x\rangle\right)$$

[NUMSc-20, 18, 16, 14]

Q. কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় বিচলন তত্ত্ব ব্যাখ্যা কর। [Explain the perturbation theory in Quantum Mechanics.]

[NUMSc-20, 18, 16, 14, 13, 11, 03, 99]

অথবা, কোয়ান্টাম মেকানিক্সে বিচলন তত্ত্ব বলতে কি বুঝ? [What do you mean by perturbation theory in Quantum Mechanics?] *[NUMSc-98]*

অথবা, বিচলন পদ্ধতি কোন ক্ষেত্রে উপযোগী তা উল্লেখ কর। [Explain when is perturbation method suitable.] *[NUMSc-01]*

মস্যা-6: m ভরবিশিষ্ট বিচ্ছুরিত বস্তুকণার বিভব $V(r)$ নিম্নরূপ [A particle of mass m is scattered by the potential $V(r)$ given by]:

$$V(r) = \infty, r < a$$
$$= 0, r > a \text{ হলে}$$

উচ্চ শক্তিস্তর অথবা মৃদু শক্তিস্তরে মোট বিচ্ছুরণের প্রস্থচ্ছেদ বের কর। [Find the total scattering cross-section in the high energy level or in the low energy level.] ** ***[NUMSc-18, 16, 14, 13, 11]***

অথবা, সকল আংশিক তরঙ্গ ফেজ শিফট বের কর যখন নিরেট গোলকীয় বিভব দ্বারা কোনো কণা বিচ্ছুরিত হয় $V(r) = \infty, r < a; V(r) = 0, r > a$ । [Find all the partial wave phase-shifts when is scattered by the hard sphere potential $V(r) = \infty, r < a; V(r) = 0, r > a$.] ***[NUMSc-12]***

9.9 ল্যাবরেটরী ও ভরকেন্দ্র পদ্ধতির কোণের মধ্যকার সম্পর্ক (Relation between angles in the laboratory and centre of mass system)

[NUMSc-18, 16, 13, 11]

Q. ল্যাবরেটরী ও ভরকেন্দ্র সিস্টেমে বিচ্ছুরণ কোণসমূহের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর। [Obtain the relations between the scattering angles in laboratory and centre of mass systems.] *[NUMSc-14]*

2.6 হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তা নীতি (Heisenberg uncertainty principle)

Q. অনিশ্চয়তা নীতি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। [State and explain the uncerta principle.]

অথবা, হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তা নীতি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা কর। [State and explain Heisenberg's uncertainty principle.] *[NUMSc-16, 14, 12,*

6.12 φ সমীকরণের সমাধান (Solution of φ equation)

Q. হাইড্রোজেন পরমাণুর ক্ষেত্রে কৌণিক সমীকরণ সমাধান কর। [Solve the angular equation of hydrogen atom.] *[NUMSc-18, 15]*

আমরা জানি, φ সমীকরণ হচ্ছে, $\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+m^2\Phi=0$

যার সমাধান হবে $\Phi = Ae^{\pm im\varphi}$ (1)

এখানে ধ্রুবক A এর মান নর্মায়নের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

$$\int_0^{2\pi}\Phi^*\Phi\, d\phi = 1$$

$$\Rightarrow 1 = A^2\int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi A^2 \Rightarrow A = (2\pi)^{-1/2}$$

সুতরাং সমাধান হচ্ছে $\Phi = (2\pi)^{-1/2}e^{\pm im\varphi}$

কিন্তু Φ এর একমানি হবার শর্ত অনুযায়ী, φ এর সীমা হবে $\varphi = 0$ এবং $\varphi = 2\pi$ ।

$$\Phi = Ae^0 = Ae^{\pm 2im\pi}$$