Applied Math Suggestion 2023

Honours 4th Year

১. পারসিভাল এর অভেদ বা সম্পূর্ণতা সম্পর্ক. [NUH-2019] [Class No- 06]

২. $-\pi < x < \pi$ এর জন্য $f(x) = x + x^2$ এর ফুরিয়ার ধারা নির্ণয় কর। প্রতিপাদন কর যে , $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots$ [NUH-2021] [Class No-07]

৩. $f(x) = x - x^2$, $-\pi < x < \pi$ কে ফুরিয়ার ধারায় প্রকাশ কর এবং এটি হতে দেখাও যে, $\frac{\pi^2}{12} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \cdots$ [NUH-2019] [Class No- 09]

৪. $(-\pi, \pi)$ ব্যবধিতে $f(x)$ ফাংশনের ফুরিয়ার ধারা নির্ণয় কর যেখানে,

$f(x) = \begin{cases} \pi + x \text{ যখন } -\pi < x < 0 \\ \pi - x \text{ যখন } 0 < x < \pi \end{cases}$ এবং অতঃপর দেখাও যে , $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{8}$

[NUH-2018] [Class No- 11]

৫. প্রদত্ত ফাংশনটির ফুরিয়ার ধারার বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ যখন } -\pi < x < 0 \\ 1, \text{ যখন } 0 < x < \pi \end{cases}$ [NUH-2021] [Class No- 12]

৬. দেখাও যে, জোড় ফাংশনের ফুরিয়ার ধারায় কোন সাইনযুক্ত পদ থাকে না।

[NUH-2013]

৭. একটি বিজোড় ফাংশন $f(x)$ এর ফুরিয়ার সহগ নির্ণয় কর। [NUH-2008] [Class No- 04]

৮. $f(x) = x, 0 < x < 2$ ফাংশনটিকে অর্ধপাল্লা ফুরিয়ার সাইন ধারা এবং অর্ধপাল্লা ফুরিয়ার কোসাইন ধারায় বিস্তৃত কর। [NUH-2018] [Class No-14]

৯. যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ এবং $G(t) = \begin{cases} F(t-a), t > a \\ 0, \quad t < a \end{cases}$ হয় তবে $L\{G(t)\} = e^{-as} f(s)$.

[NUH-2020] [Class No-47]

১০. যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয় তাহলে $L\left\{\int_0^t F(u)du\right\} = \frac{f(s)}{s}$ [NUH-2018] [Class No-46]

১১. মান নির্ণয় কর: (i) $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2+a^2)^2}\right\}$

(ii) $L^{-1}\left\{\frac{4}{4s^2+16}\right\}$ [NUH-2021] [Class No- 51]

১২. ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নের আদিমান সমস্যাটি সমাধান কর:

$Y'' + 2Y' + 5Y = e^{-t} \sin t$, $Y(0) = 0$, $Y'(0) = 1$ [NUH-2018] [Class No- 53]

১৩. ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে $y(0) = -3\ y'(0) = 5$ শর্ত সাপেক্ষে $y'' - 3y' = 4e^{2\hat{t}}$ অন্তরক সমীকরণটি সমাধান কর। [NUH-2020] [Class No- 52]

১৪. ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নের আদিমান সমস্যাটি সমাধান কর:

$Y''' - 3Y' + 2Y = 3e^{t}$, $Y(0) = 0$, $Y'(0) = 1$, $Y''(0) = 2$ [NUH-2021]

১৫. ফুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে $\frac{\partial U}{\partial t} = 3\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ এর সমাধান নির্ণয় কর, যেখানে $U(0,t) = U(2,t) = 0, t > 0$ এবং $U(x,0) = x$, $0 < x < 2$ [NUH-2015] [Class No- 61]

১৬. ফুরিয়ার রূপান্তর ব্যবহার করে $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, $U(0,t) = 0$; $U(4,t)=0, U(x,0)=2x$ এর সমাধান নির্ণয় কর, যেখানে, $0 < x < 4$; $t > 0$ [NUH-2021]

১৭. ফুরিয়ার কোসাইন রূপান্তর ব্যবহার করে সমাধান কর, যেখানে

$U_x(0, t) = U_x(6, t) = 0$, $U(x, 0) = 2x$. [NUH-2020] [Class No- 59]

১৮. কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম : (i) ধর্ম-1: $erf(-x) = -erf(x)$ [NUH-2017] [Class No- 16]

(ii) ধর্ম-2: $erf(0) = 0$ [NUH-2013] [Class No- 17]

(iii) ধর্ম-3: $erf(\infty) = 1$ [NUH-2017] [Class No-18]

(iv) ধর্ম-4: $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(x - \frac{x^3}{3.1!} + \frac{x^5}{5.2!} - \frac{x^7}{7.3!} + \cdots\right)$

যেখানে $|x|$ অতিক্ষুদ্র। [NUH-2020] [Class No-15]

১৯. রডরিগের সূত্র ব্যবহার করে $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x), P_4(x)$ এবং $P_5(x)$ নির্ণয় কর।

[NUH-2020] [Class No- 20]

২০. $\sum_{n=0}^{\infty} h^n P_n(x) = (1 - 2xh + h^2)^{-1/2}$ ব্যবহার করে $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x), P_4(x)$ নির্ণয় কর।
[NUH-2016] [Class No-21]

২১. মান নির্ণয় কর: $\int_{-1}^{1} P_m(x)P_n(x)dx = 0 \ , if \ m \neq n$ [NUH-2016] [Class No- 23]

২২. $xP'_n(x) = nP_n(x) + P'_{n-1}(x)$ [NUH-2020] [Class No-19]

২৩. $\frac{d}{dx}[x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$ [NUH-2021] [Class No-26]

২৪. দেখাও যে, $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\, cosx$ [NUH-2021] [Class No- 30]

২৫. দেখাও যে, $J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\left[\frac{sinx}{x} - cosx\right]$ [NUH-2019] [Class No- 31]

২৬. $e^{\frac{1}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x)t^n$ [NUH-2021] [Class No-25]

২৭. সৃজক ফাংশন $e^{\frac{1}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x)t^n$ ব্যবহার করে দেখাও যে,

(i) $2J'_n(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$ [NUH-2020] [Class No-27]

(ii) $xJ'_n(x) = xJ_{n-1}(x) - nJ_n(x)$ [NUH-2012]

২৮. ল্যাগুরীর বহুপদী $L_m(x)$, যখন $m = n$ এর জন্য প্রমাণ কর যে, $\int_0^{\infty} e^{-x} L_m(x) L_n(x)dx = 0$ যখন $m \neq n$ এবং $m = n$ হলে যোগজটির মান নির্ণয় কর।

[NUH-2020]

২৯. $L'_n(x) = -\sum_{r=0}^{n=1} L_r(x)$ [NUH-2021] [Class No- 35]

৩০. $L_n^m(x) = \frac{e^x x^{-m}}{n!}\frac{d^n}{dx^n}(e^{-x}x^{n+m})$ [NUH-2021]

৩১. $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}$ [NUH-2021] [Class No- 40]

৩২. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_m(x) H_n(x) dx = \sqrt{\pi}\, 2^n n!\, \delta_{mn}$

When, $\delta_{mn} = \begin{cases} 0, \text{যখন } m \neq n \\ 1, \text{যখন } m = n \end{cases}$ [NUH-2021] [Class No- 41]

৩৩. হারমাইট বহুপদী ও লেজেন্ডার বহুপদীর মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর .

[NUH-2020]

৩৪. যদি $F(x) = \begin{cases} 1 - x^2, |x| < 1 \\ 0 \ , \ |x| > 1 \end{cases}$ হয় তবে ফুরিয়ার রূপান্তরের পারসিভালের অভেদ ব্যবহার করে $\int_0^{\infty} \frac{(x\cos x - \sin x)^2}{x^6} dx$ এর মান নির্ণয় কর। [NUH-2015] [Class No-58]

----------■----------