



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

For Paid Course - 01628885434



Real analysis Full Suggestion 2023

Honours 3rd Year

Department of Mathematics

Chapter 01

- ✚ দুইটি সীমায়িত সেট A ও B এবং $B \subseteq A$ হলে
 $\inf A \leq \inf B \leq \sup B \leq \sup A$ | [NUH-2011,20]
- ✚ সম্পূর্ণতা স্বীকার্য বর্ণনা কর। Nu – 2015
- ✚ সকল মূলদ সংখ্যার সেট সম্পূর্ণ নয়। 2020
- ✚ বাস্তব সংখ্যার আর্কিমিডিয়ান ধর্ম। 2021
- ✚ ডেডিকাইন্ডের ধর্ম, $\mathbb{R}$ এর সম্পূর্ণতা স্বীকার্যের সমতুল্য। 2021
- ✚ সেটটির সুপ্রিমাম, ইনফিমাম, গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ উপাদান
নির্ণয় কর। $S = \{x: 3x^2 - 10x + 3 < 0\}$ [NUH-2021,2014]
- ✚ সেটটির সুপ্রিমাম, ইনফিমাম, গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ উপাদান
নির্ণয় কর। $S = \{\frac{1}{n}: n \in \mathbb{N}\} \cup \{(-1)n(1 - \frac{1}{n}): n \in \mathbb{N}\}$ [NUH-2013]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>

Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

For Paid Course - 01628885434



Chapter 02

- ✚ ইচ্ছাধীন সংখ্যক খোলা সেটের সংযোগ সেটও একটি খোলা সেট। 2021
- ✚ ইচ্ছাধীন সংখ্যক খোলা সেটের ছেদ সেটও একটি খোলা সেট। 2020
- ✚ হেইন বোরেল উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। ২০২১
- ✚ Bolzano-Weierstrass Theorem বর্ণনা ও প্রমাণ কর। ২০১৬
- ✚ দেখাও যে, $S = \left\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ সেটটির একমাত্র সীমা বিন্দু 0। ২০১০

Chapter 03

1. প্রত্যেক অভিসারী অনুক্রম সীমায়িত। 2016
2. প্রত্যেক অভিসারী অনুক্রম সীমায়িত। 2015
3. (অনুক্রমের অভিসৃতির জন্য কসির সাধারণ নীতি/অনুক্রমের অভিসৃতির জন্য প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত) একটি অনুক্রম অভিসারী হবে যদি এবং কেবল যদি তা কসির অনুক্রম হয়। [NUH-11,15,17,20]
4. যদি $a_1 = \sqrt{2}$ এবং $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$ দ্বারা $\langle a_n \rangle$ অনুক্রমটি সংজ্ঞায়িত হয়। তাহলে প্রমাণ কর যে, $\langle a_n \rangle$ অনুক্রমটি 2 তে অভিসৃত হয়। [NUH-2005,17]
5. যদি $b > 1$, $a_1 = 1$ এবং $a_{n+1} = \sqrt{b + a_n}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\langle a_n \rangle$ অনুক্রমটি সীমায়িত ও একমুখী এবং ইহা $x^2 - x - b = 0$ সমীকরণের 2 একটি ধনাত্মক মূলে অভিসৃত হয়। 2021
6. মনেকর, $x_1 = 1$ এবং $x_{n+1} = \left(\frac{x_n^3 + 8}{2}\right)^{1/3}$, $n \geq 1$ / তাহলে
 - i. $\langle x_n \rangle$ অনুক্রমটি কি সীমায়িত?
 - ii. $\langle x_n \rangle$ অনুক্রমটি কি একমুখী?
 - iii. $\langle x_n \rangle$ অনুক্রমটি কি অভিসারী?
 - iv. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ নির্ণয় কর। [NUH-2017]

Chapter 05 ও 06

1. যদি একটি ফাংশন কোন বদ্ধ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন হয় তবে ফাংশনটি সেথায় তার সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান অর্জন করে। (চরমমান উপপাদ্য) ২০২০
2. অবিচ্ছিন্নতা ও সুসম অবিচ্ছিন্নতার মধ্যে পার্থক্য ২০১৭
3. রোলের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। ২০১৭
4. গড়মান উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর ২০১০



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

For Paid Course - 01628885434



৫। মনে কর, x এর বাস্তব মানের জন্য f ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত। আরও মনে কর, x ও y এর সকল বাস্তব মানের জন্য $|f(x)-f(y)| \leq (x-y)^2$ দেখাও যে, ফাংশনটি ধ্রুবক। [NUH-2017]

৬। মনে কর, x এর বাস্তব মানের জন্য f ফাংশনটি সংজ্ঞায়িত। আরও মনে কর, x ও y এর সকল বাস্তব মানের জন্য

$$|f(x)-f(y)| \leq (x-y)^2 \text{ দেখাও যে, ফাংশনটি ধ্রুবক।} \quad [NUH-2017]$$

৭। লাগ্রাঞ্জের গড়মান উপপাদ্যের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $x < \ln \frac{1}{1-x} < \frac{x}{1-x}, 0 < x < 1$ [NUH-2013,2021]

Chapter 07

1. রীমান যোগজীকরণের প্রয়োজনীয় ও পর্যাপ্ত শর্ত বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। 2020
2. প্রত্যেক একমুখী ফাংশন f রীমান যোগজীকরণযোগ্য। 2020
3. যদি $[a,b]$ ব্যবধিতে ফাংশন রীমান যোগজীকরণযোগ্য হয় অর্থাৎ $f \in R[a,b]$ তবে
4. (i) $[f]$ ও উক্ত ব্যবধিতে রীমান যোগজীকরণযোগ্য হবে।

$$(ii) \left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx \quad 2016$$

5. যদি $f(x)$ ফাংশন $[a,b]$ ব্যবধিতে রীমান যোগজীকরণযোগ্য হয় এবং যদি $f(x)$ এর আদিম (প্রিমিটিভ) ফাংশন $\varphi(x)$ হয় অর্থাৎ

$$\varphi'(x) = f(x) \text{ বিদ্যমান থাকে তবে } \int_a^b f(x) dx = \varphi(b) - \varphi(a) \quad 2021$$

6.

6. যদি $f(x)$ ফাংশন $[a,b]$ ব্যবধিতে রীমান যোগজীকরণযোগ্য হয় এবং যদি $f(x)$ এর আদিম (প্রিমিটিভ) ফাংশন $\varphi(x)$ হয় অর্থাৎ

$$\varphi'(x) = f(x) \text{ বিদ্যমান থাকে তবে } \int_a^b f(x) dx = \varphi(b) - \varphi(a)$$

৭. দেখাও যে, $[0,1]$ ব্যবধিতে বর্ণিত ফাংশন $g_n(x) = \frac{1}{2^n}$, যখন $\frac{1}{2^{n+1}} < x \leq \frac{1}{2^n}; n = 0, 1, 2, 3, \dots$ এবং $g_0(0) = 0$ সমাকলনযোগ্য। যখন যদিও ইহার অসীম সংখ্যক বিচ্ছিন্নতা বিন্দু আছে। [NUH-2010,14,21]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<https://t.me/pimathclub>



8. দেখাও যে, $[0,1]$ ব্যবধিতে বর্ণিত ফাংশন $f(x) = \frac{1}{2^n}$, যখন $\frac{1}{2^{n+1}} < x \leq \frac{1}{2^n}$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ এবং $f(0) = 0$ সমাকলনযোগ্য।

যখন যদিও ইহার অসীম সংখ্যক বিচ্ছিন্নতা বিন্দু আছে। [NUH-2010,14,21]

Chapter 09

1. ইউক্লীডীয় n -জগত $\mathbb{R}^n$ একটি পূর্ণ (বা সম্পূর্ণ) মেট্রিক জগত। 2021
2. প্রমাণ কর যে, $d(a, b) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনটি $(\mathbb{R}^2, d)$ এ একটি মেট্রিক।
যেখানে $a = (a_1, a_2)$ এবং $b = (b_1, b_2)$ । [NUH-2018]
3. দেখাও যে, $d(x, y) = \max_{1 \leq k \leq n} |x_k - y_k|$; $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$ মেট্রিক সহ $\mathbb{R}^n$ একটি মেট্রিক জগত। [NUH-2012,15]
4. যদি X সেটে d একটি মেট্রিক হয়, দেখাও যে $e(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$; $x, y \in X$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত e চিত্রণটিও X -এ একটি মেট্রিক। [NUH-2015,16,19]
5. দেখাও যে $d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + |x - y|}$; $\forall x, y \in \mathbb{R}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত e চিত্রণটিও বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$ -এ একটি মেট্রিক। [NUH-2016,21]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



0162885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>