DIFFERENTIAL GEOMETRY SPECIAL SUGGESTION 2023

Honours 3rd Year

১. $x = a\cos u, y = a\sin u, z = 'bu$ বক্ররেখার যে কোনো বিন্দুতে একক স্পর্শক ভেক্টর $\underline{t}$ এবং স্পর্শকের দিক কোসাইন নির্ণয় কর। [NUH-2021] Class 2

২. $\underline{r} = (u, u^2, u^3)$ বক্ররেখার $u = 1$ বিন্দুতে স্পর্শকরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। Class 3

[NUH-2015,19,21]

৩. $\underline{X} = (a\cos u, a\sin u, bu)$ বক্ররেখার $u = \frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে স্পর্শ লম্ব তলের সমীকরণ নির্ণয় কর।
[NUH-2012,16,18] Class 4

৪. $\underline{r} = (au, -bu^2, cu^3)$ বক্ররেখার উপর $u = 1$ বিন্দুতে স্পর্শলম্বতলের সমীকরণ সমীকরণ নির্ণয় কর।
[NUH-2014,21] Class 5

৫. প্রমাণ কর যে, $\underline{r} = \underline{r}(s)$ রেখাটি সরলরেখা হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হলো রেখাটির উপর সকল বিন্দুতে $\kappa = 0$. [NUH-2010,13,16,18] Class 10

৬. প্রমাণ কর যে একটি বক্ররেখা কোনো সমতলে অবস্থান করার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হল বক্ররেখাটির উপর সকল বিন্দুতে $\tau = 0$. [NUH- 2019] Class 11

৭. নিচের রেখার উপর u বিন্দুতে $\underline{t}, \underline{n}, \underline{b}, \kappa, \tau$ নির্ণয় কর। Class 06

$\underline{r} = (a\cos u, a\sin u, b_u)$ [NUH-2014]

৮. $\underline{r} = (u, u^2, u^3)$ বক্ররেখার $u = 1$ বিন্দুতে স্পর্শক রেখা, অভিলম্ব রেখা ও দ্বি-অভিলম্ব রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [NUH-2013,2016] Class 07

৯. প্রচলিত প্রতীকে প্রমাণ কর: Class 8 , 15

(i) $[\underline{t}'\ \underline{t}''\ \underline{t}'''] = \kappa^3(\kappa\tau' - \kappa'\tau) = \kappa^5\frac{d}{ds}\left(\frac{\tau}{\kappa}\right)$ [NUH-2013,17]

(ii) $[\underline{b}'\ \underline{b}''\ \underline{b}'''] = \tau^3(\kappa'\tau - \kappa\tau') = \tau^5\frac{d}{ds}\left(\frac{\kappa}{\tau}\right)$ [NUH-2014,17,21]

(iii) $[\underline{r}'\ \underline{r}''\ \underline{r}'''] = [\underline{t}\ \underline{t}'\ \underline{t}''] = \kappa^2\tau(\underline{t}\ \underline{n}\ \underline{b})$ [NUH-2010,13,19]

১০. যদি একটি বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে স্পর্শক ও দ্বিলম্ব একটি নির্দিষ্ট দিকের সাথে যথাক্রমে θ ও ϕ কোণ উৎপন্ন করে তবে দেখাও যে, $\frac{\sin\theta}{\sin\phi}\frac{d\theta}{d\phi} = -\frac{\kappa}{\tau}$ [NUH-2010,13,16,18,20] Class 09

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)
01628885434
https://t.me/pimathclub
http://www.youtube.com/@PiMathClub
https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/

১১. $x = a\cos t, y = a\sin t, z = at\cot\alpha$ বক্ররেখার জন্য বক্রতা এবং প্যাঁচ নির্ণয় কর। Class42

[NUH-2010,17]

১২. নিম্নের বক্ররেখাসমূহের বক্রতা ও প্যাঁচ নির্ণয় কর। Class 21

(i) $x = 3s - s^3$, $y = 3s^2$, $z = 3s + s^3$ [NUH-2013,16]

(ii) $x = a(t - \sin t)$, $y = 1 - \cos t$, $z = bt$ [NUH-2012,16,18]

১৩. $x = 3t, y = 3t^2, z = 2t^3$ বক্ররেখার জন্য দেখাও যে, $\rho = \sigma = \frac{3}{2} = (1 + 2t^2)^2$ Class 17

[NUH-2019,21]

১৪. প্রমাণ কর যে, $x = x(s)$ রেখা কুণ্ডলী হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত $\frac{\tau}{\kappa} = \pm\cot\alpha$, α ধ্রুবক।
[NUH-2011,13,15,16] Class 22

অথবা, প্রমাণ কর যে, কোনো বক্ররেখা কুণ্ডলী হওয়ার প্রয়োজনীয় ও পর্যাপ্ত শর্ত হচ্ছে যে ইহার বক্রতা এবং টরসন এর অনুপাত ধ্রুবক। [NUH-2013,19]

১৫. দেখাও যে, ইনভোলিউটের টরসন $\tau_i = \frac{\kappa\tau' - \tau\kappa'}{\kappa(C-S)(\kappa^2+\tau^2)}$ [NUH-2012,16,18] Class 20

১৬. দেখাও যে দ্বি-অভিলম্বের গোলকীয় ইনডিকেট্রিক্স (Spherical indicatrix of binormal) এর বক্রতা $\kappa_b = \frac{\sqrt{\kappa^2+\tau^2}}{\tau}$ এবং প্যাঁচ $\tau_b = \frac{\kappa\tau' - \tau\kappa'}{\kappa(\kappa^2+\tau^2)}$ [NUH-2012,16] Class 25

১৮. $\underline{r} = \underline{r}(s)$ বক্ররেখা, a ব্যাসার্ধ এবং $\underline{c}$ কেন্দ্র বিশিষ্ট কোনো গোলকের পর অর্থাৎ $(\underline{R} - \underline{c})(\underline{R} - \underline{c}) = a^2$ গোলকের উপর অবস্থিত হলে প্রমাণ কর: Class 52

(i) $\underline{c} = \underline{r} + \frac{\underline{n}}{\kappa} - \frac{\kappa'\underline{b}}{\kappa^2\tau} = \underline{r} + R\,\underline{n} + R'\,T\underline{b}$ [NUH-2013,16,18]

(ii) $\frac{d}{ds}\left(\frac{\kappa'}{\kappa^2\tau}\right) = \frac{\tau}{\kappa}$ [NUH-2011,13,16,18]

(iii) $\left(\frac{1}{\kappa}\right)^2 + \left(\frac{\kappa'}{\kappa^2\tau}\right)^2 = a^2$ বা, $R^2 + (R'T)^2 = a^2$ [NUH-2013,18]

১৯. দেখাও যে, অশূণ্য ধ্রুবক বক্রতা বিশিষ্ট কেবল সমতলীয় রেখাই বৃত্ত হবে। Class 23

[NUH-2010,13,20]

২০. $f(u)$ নির্ণয় কর যেখানে $\underline{x} = (a\cos u, a\sin u, f(u))$ সমতলীয় বক্ররেখা। Class 24
[NUH-2010,17,21]

২১. $x^2y + 2xz = 4$ বক্রতলের $(2, -2, 3)$ বিন্দুতে একক অভিলম্ব ভেক্টর নির্ণয় কর। **Class 34**

[NUH-2019,2021]

২২. দেখাও যে পরামিতি রূপান্তরণে মেট্রিক অপরিবর্তক। [NUH-2012,2017] **Class 26**

২৩. নিচের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। **Class 36**

(i) $\underline{x} = (a \sin u \cos v, a\, a \sin u \sin v, a \cos u)$ যেখানে $0 \le u \le \pi$ এবং $0 \le v \le 2\pi$.

[NUH-2012,21]

(ii) $\underline{r} = (b \cos u + a \cos u \sin v, b \sin u + a \sin u \sin v, a \cos v)$ যেখানে $0 \le u \le 2\pi$ এবং $0 \le v \le 2\pi$. [NUH-2013]

২৪. $\underline{r} = \underline{r}(u, v)$ বক্রতলের দ্বিতীয় মৌলিক আকার $II = -d\underline{r} \cdot d\underline{N} = e(du)^2 + 2f\, du\, dv + g(dv)^2$ হলে দেখাও যে $e = -\underline{r}_u \cdot \underline{N}_u$, $2f = -(\underline{r}_u \cdot \underline{N}_v + \underline{r}_v \cdot \underline{N}_v)$ এবং $g = -\underline{r}_v \cdot \underline{N}_v$ [NUH-2013,16,18] **Class 27**

২৫. $z = f(x, y)$ বক্রতলের দ্বিতীয় মৌলিক আকার। [NUH-2011,13,16,21] **Class 32**

২৬. u ও v পরামিতিক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে দেখাও যে, $\cos\theta = \frac{F}{\sqrt{EG}}$ পরামিতিক রেখাদ্বয় লম্ব হওয়ার শর্ত নির্ণয় কর। [NUH-2013,2015] **Class 28**

২৭. $\underline{x} = (u \cos v, u \sin v, av + b)$ বক্রতলের u ও v পরামিতিক রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [NUH-2013,2015,2021] **Class 35**

২৮. দেখাও যে $M\,du + N\,dv = 0$ দ্বারা প্রকাশিত বক্ররেখাসমূহ $(EN-FM)\,du + (FN-GM)\,dv = 0$ দ্বারা প্রকাশিত বক্ররেখাসমূহের সহিত লম্ব। ইহার সাহায্যে $r = a\cos\theta$ বৃত্তসমূহের লম্বজোট নির্ণয় কর। **Class 33** [NUH-2014,17,19]

২৯. একটি তলের উপর একটি রেখা বক্রতার রেখা হওয়ার প্রয়োজনীয় ও যথেষ্ট শর্ত হলো ইহার উপর প্রত্যেক বিন্দুতে $\frac{d\underline{N}}{ds}\ \alpha\ \frac{d\underline{r}}{ds}$ বা $d\underline{N} + \kappa_n\, d\underline{r} = \underline{0}$ যেকানে κ_n অভিলম্ব বক্রতা নির্দেশ করে। **Class 46**

[NUH-2013,15,17,19,21]

৩০. যদি বক্রতা দিক অপর কোনো দিকের সহিত α কোণ উৎপন্ন করে এবং প্রধান বক্রতা κ_{n_1} ও κ_{n_2} হয় তবে অয়লারের উপপাদ্য $\kappa_n = \kappa_{n_1}\cos^2\alpha + \kappa_{n_2}\sin^2\alpha$. **Class 38**

[NUH-2011,12,14,19]

৩১. উইনগারটেন সমীকরণ। [NUH-2013,14,15,18] **Class 47**

৩২. $\underline{r} = (u + v, u - v, uv)$ বক্রতলের জন্য $u = 1$, $v = 1$ বিন্দুতে গড়বক্রতা ও গাউসিয়ান বক্রতা নির্ণয় কর। **Class 39**

৩৩. দেখাও যে, যদি e, f, g কোনো তলের উপর সর্বত্র শূন্য হয় তবে তলটি কোনো সমতলের অংশ। [NUH-2016,18] Class 40

৩৪. তিনটি মৌলিক আকারের মধ্যে সম্পর্ক। [NUH-2012,18,20] Class 53

---------- ■ ----------