Abstract Algebra Suggestions 2023

Honours 3rd Year

1 . প্রমাণ কর যে, "অনুসমতা মডুলো 3" অর্থাৎ "$\equiv 3$", $\mathbb{Z}$ এর সমতুল্য সম্পর্ক। [NUH-2021] [CLASS-3]

2. গ্রুপে বর্ণিত অভেদক উপাদান অনন্য। [NUMSCP-11] [CLASS-6]

3. (G, o) গ্রুপে বর্ণিত দুইটি উপাদান a ও b হলে [CLASS-9]

i) $(a^{-1})^{-1} = a$ [NUMSCP-14]

ii) $(a^o b)^{-1} = b^{-1} {}^o a^{-1}$ [NUH-19]

4. যদি G এমন একটি গ্রুপ হয় যেন সকল $a , b \in G$ এবং তিনটি ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা i এর জন্য $(ab)^i = a^i b^i$ হয়, তবে দেখাও যে, G অ্যাবেলীয়। [NUH-2021] [CLASS-13]

5. প্রমাণ কর যে, সাধারণ যোগ প্রক্রিয়ায় $\mathbb{Z}$ একটি গ্রুপ; কিন্তু সাধারণ গুণ প্রক্রিয়ায় গ্রুপ নয়। [NUMSCP-14] [CLASS-16]

6. দেখাও যে, $a * b = \frac{ab}{3}$ প্রক্রিয়ার অধীনে $\mathbb{Q}^+$ একটি গ্রুপ গঠন করে। [NUH-19] [CLASS-17]

7. কোনো সসীম গ্রুপের উপাদানের ক্রম সসীম এবং উক্ত গ্রুপের ক্রমে সমান অথবা কম। [NUH-2021]

8. সাধারণ গুণ প্রক্রিয়ায় G একটি গ্রুপ এবং $a , x \in G$ হলে $0(a) = 0 (x^{-1}ax)$. [NUH-19]

9 . মনে করি G একটি গ্রুপ। তাহলে G এর একটি অশূন্যক উপসেট H উপগ্রুপ হবে যদি এবং কেবল যদি

i) $\forall a , b \in H \Rightarrow ab \in H$: ii) $a \in H \Rightarrow a^{-1} \in H$ [NUH-16] [CLASS-19]

10. (উপগ্রুপের মৌলিক উপপাদ্য) সাধারণ গুণ প্রক্রিয়ায় G একটি গ্রুপ এবং H তার একটি অশূন্যক উপসেট হলে H গুণ প্রক্রিয়ায় G এর একটি উপগ্রুপ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $\forall a , b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ হয়। [NUH-19] [CLASS-22]

11. মনে কর, G গ্রুপের একটি উপগ্রুপ H এবং x ∈ G এর জন্য $xHx^{-1} = \{xhx^{-1} : h \in H\}$ [NUH-2021]

12. যদি H এবং K , G গ্রুপের উপ-গ্রুপ হয় তখন HK গ্রুপ G এর উপ-গ্রুপ হবে যদি কেবল যদি $HK = KH$ হয়। [NUH-20] [CLASS-24]

13. ধরা যাক, $G =< a >$ একটি চক্রগ্রুপ যার ক্রম 4 ও H = $\{1, a^2\}$ একা উপগ্রুপ। [G: H] সূচক নির্ণয় কর। [NUH–19] [CLASS-27]

14. (ল্যাগ্রাঞ্জ উপপাদ্য) যদি G একটি সসীম গ্রুপ এবং H তার একটি উপগ্রুপ হয় তবে O(H)|O(G)। [NUH-2021] [CLASS-30]

15. মৌলিক ক্রমবিশিষ্ট গ্রুপের কোনো প্রকৃত উপগ্রুপ নেই। [NUH-17] [CLASS-28]

16. একটি গ্রুপ G এর দুটি অব্যয় উপগ্রুপ H ও K এর ছেদ H∩K, G এর একটি অব্যয় উপগ্রুপ হবে। [NUH-19] [CLASS-34]

17. চক্রগ্রুপের প্রত্যেক বিভাজিত গ্রুপও চক্রীয়। [NUMScP-14] [CLASS-35]

18. গ্রুপের অনুবন্ধতা সম্পর্ক একটি সমকল্প। [NUH-17] [CLASS-33]

19. যেকোনো রিং এর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে, (- a)(- b) = ab [NUH-19] [CLASS-46]

20. যদি কোনো রিং এর সকল উপাদান অভেদঘাতি/সমঘাতি হয়, তবে রিংটি বিনিময়ী। [NUH-20]

21. প্রত্যেক ফিল্ড একটি অখণ্ড মণ্ডল। [NUH-20]

22. প্রত্যেক সসীম অখণ্ড মণ্ডল বিলোপন এলাকা একটি ফিল্ড। [NUMSCP-17] [CLASS-45]

23. (উপরিং এর মৌলিক উপপাদ্য) কোনো রিং R এর অশূন্যক উপসেট S, R এর উপরিং হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $\forall a, b \in S \implies a - b \in S, ab \in S$ হয়। [NUH-20] [CLASS-49]

24. প্রত্যেক আইডিয়াল একটি উপরিং কিন্তু এর বিপরীত প্রতিজ্ঞা সত্য নয়। [NUH-2021] [CLASS-44]

25. ফিল্ডের কোনো প্রকৃত আইডিয়াল নেই। [NUH-2021] [CLASS-43]

26. যদি কোনো অখণ্ড মণ্ডল D এর একটি আইডিয়াল I হয় তবে D/I একটি অখণ্ড মণ্ডল হবে যদি I এবং কেবলমাত্র যদি I একটি মৌলিক আইডিয়াল হয়। [NUH-2021] class 50

27. প্রধান আইডিয়াল ডোমেনের উপপাদ্য (বহুপদী রিং একটি মূখ্য আইডিয়াল)। [NUH-2021] ক্লাস ৫৪

28. প্রমাণ কর যে, F নির্ভর বহুপদী $x^2 + x + 4$ অনুৎপাদকীয়, যেখানে F হলো পূর্ণ সংখ্যার মডুলো 11 এর ফিল্ড। [NUH-18] ক্লাস ৫৩

29. সাধারণ গুণ প্রক্রিয়ায় একটি গ্রুপ G এর ক্ষেত্রে O(a) = O(a^{-1}) , $\forall \in G$। [NUH-2021] classs 52

30. (সমচিত্রণের প্রথম উপপাদ্য) কোনো গ্রুপ G এর প্রত্যেক অনুচিত্রিক প্রতিবিম্ব একটি বিভাজিত গ্রুপের সাথে সমচিত্রিক। নির্দিষ্ট ভাবে বলতে গেলে f(G) ≅ G/K যেখানে K = Ker f । [NUH-2021] class 39

31. যদি $f: G \to G'$ একটি অনুচিত্রণ হয় তবে G এর অনুচিত্রিক প্রতিকি $f(G), G'$ এর একটি উপগ্রুপ হবে। [NUH-2020] class 41

৩২। Unique factorization Mathod বর্ণনা কর । class 51