



COMPLEX ANALYSIS SHORT SUGGESTION 2023

Honours 3rd Year

১. $\sinh z = i$ সমীকরণের সকল সমাধান নির্ণয় কর।

[NUH-2017]

২. $\cosh z = 2$ সমীকরণের সকল সমাধান নির্ণয় কর।

[NUH-2010,12,18,20]

৩. যে কোন জটিল সংখ্যা $z_1, z_2, \dots, z_n$ এর জন্য প্রমাণ কর যে,

(i) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ [NUH-2010,12,19]

(ii) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ [NUH-2017,19]

৪. দুইটি জটিল সংখ্যা বাহির কর যাদের যোগফল 4 এবং গুণফল 8।

[NUH-2012,16]

৫. নিচের এলাকাগুলোকে জ্যামিতিক ভাবে বর্ণনা কর।

(i) $|z-i|=|z+i|$ [NUH-2010,12,16]

(ii) $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$ [NUH-2010,15,18,21]

(iii) $|z+1+i|=|z-1+i|$ [NUH-2020]

৬. Necessary conditions for $f(z)$ to be analytic.

The necessary condition for $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ to be analytic at a point $z = x + iy$ of its domain is that the four partial $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$ and $\frac{\partial v}{\partial y}$ should exist and satisfy the Cauchy-Riemann partial differential equations $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ and $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$. [NUH-2010,12,16,18,19,20]

৭. Sufficient condition for $f(z)$ to be analytic.

The function $w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ is analytic in a domain D if

(i) u, v are differentiable in D and $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ (ii) The partial derivatives $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$ and $\frac{\partial v}{\partial y}$ are all continuous in D . [NUH-2013,17,21]

৮. Prove that $f(z) = \ln z$ has a branch point at $z = 0$.

[NUH-2017,20]

৯. Let $f(z) = u + iv = \frac{x^3 - 3xy^3 + i(y^3 - 3x^2y)}{x^2 + y^2}$, when $z \neq 0$ and $f(z) = 0$ when $z = 0$. Show that $f(z)$ is continuous and the Cauchy-Riemann equations are satisfied but $f(z)$ is not differentiable at $z = 0$. [NUH-2013,19,20]

১০. Show that the function $f(z) = u + iv = \frac{(1+i)x^3 - (1-i)y^3}{x^2 + y^2}$ if $z \neq 0$ and $f(0) = 0$ if $z = 0$, is continuous and that the Cauchy-Riemann equations are satisfied at the Origin, yet $f'(0)$ does not exist. [NUH-2011,17,21]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

for Paid Course - 01628885434



১১. Prove that $f(z) = |z|^2$ is continuous every where but not differentiable except at the origin. [NUH-2015,19,20]

১২. Show that an analytic function with constant modulus is constant. [NUH-2011,15,18,20]

১৩. Show that $u = 3x^2y + 2x^2 - y^3 - 2y^2$ is a harmonic function and hence find its harmonic conjugate v is $f(z) = u + iv$ is analytic. [NUH-2016,18,20]

১৪. Find the harmonic conjugate of $u = 2x(1 - y)$. [NUH-2014,21]

১৫. If a function $f(z)$ is continuous on a contour C of length L , and if M be the upper bound of $|f(z)|$ on C then $|\int_C f(z) dz| \leq ML$ [NUH-2011,14,18]

১৬. If $f(z)$ is analytic in a region R and on its closed boundary C with derivative $f'(z)$ which is continuous at all point inside R and on C , then $\oint_C f(z) dz = 0$. [NUH-2011,13,15,16]

১৭. Let $f(z)$ be analytic inside and on a simple closed curve C . If a is any point inside C , then

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{z-a} dz \quad [\text{NUH-2014,16,18,20}]$$

১৮. Let $f(z)$ be analytic inside and on a simple closed curve C and a is a point inside C . Then

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^2} dz \quad [\text{NUH-2010,12,15,17,21}]$$

১৯. Show that, $\oint_C \frac{e^{3z}}{z-\pi i} dz = \begin{cases} -2\pi i, & \text{if } C \text{ is the circle } |z-1|=4 \\ 0, & \text{if } C \text{ is the ellipse } |z-2|+|z+2|=6 \end{cases}$ [NUH-2016,20]

২০. Show that, $\oint_C \frac{e^{tz}}{z^2+1} dz = 2\pi i \sin t$ where C is the circle $|z|=3$ and $t > 0$. [NUH-2011,13,18,20]

২১. What is Cauchy's integral formula? Using this evaluate $\int_C \frac{z dz}{(9-z^2)(z+i)}$, where C is the circle $|z|=2$ describe in the positive sense. [NUH-2013,20]

২২. If $f(z)$ is analytic for all values of z inside circle C with centre at a , then

$$f(z) = f(a) + (z-a) f'(a) + \frac{(z-a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(z-a)^3}{3!} f'''(a) + \dots \quad [\text{NUH-2013,16,21}]$$

২৩. কসির অবশেষ উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [NUH-2021]

২৪. রচির উপপাদ্য বর্ণনা দাও ও প্রমাণ কর। [NUH-2012,14,15,17,21]

২৫. ব্যতিক্রমী বিন্দুগুলির শ্রেণীবিভাগ কর। প্রতিটি ধরনের একটি করে উদাহরণ দাও।

[NUH-2011,15,17]

২৬. $f(z) = \frac{\sin(\frac{1}{z})}{(z^2-1)^2}$ এর সিংগুলারিটি নির্ণয় কর। [NUH-2020]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

for Paid Course - 01628885434



২৭. $f(z)=\sin z$ ফাংশনকে $z=\frac{\pi}{4}$ বিন্দুর প্রতিবেশে টেইলর ধারায় প্রকাশ কর। [NUH-2010,16,18]

২৮. Expand the function $f(z)=i$ laurent series for the following region:

(i) $1 < |z| < 3$ [NUH-2020] (ii) $|z| > 3$, (iii) $0 < |z+1| < 2$, (iv) $|z| < 1$ [NUH-2017]

২৯. Find the Laurent expansion of the function $f(z)=\frac{z^2+1}{(z+1)(z-2)}$ in each of the regions:

(i) $1 < |z| < 1$ [NUH-2012,18,20]

(ii) $0 < |z| < 1$ [NUH-2012,18]

৩০. If the mapping $w = f(z)$ is conformal, then $f(z)$ an analytic function of z . [NUH-2012,15,21]

৩১. Find a bilinear transformation which transforms points $z = 0, -1, -1$ into $w = i, 1, 0$ respectively.

[NUH-2017]

৩২. Find a bilinear transformation which map the points $i, -i, 1$ of the z -plane into the points $0, 1, -\infty$ of w -plane respectively. [NUH-2012,20]

৩৩. Show that the transformation $w = \frac{2z+3}{z-4}$ ranges the circle $x^2 + y^2 - 4x = 0$ into the straight line $4u + 3 = 0$. Explain why the curve obtained is not a circle. [NUH-2014,17]

৩৪. Show that the transformation $w = \frac{1+iz}{z+i}$ maps the real axis of the z -plane onto a circle in the w -plane. Find its centre and radius. [NUH-2010, 16, 18]

৩৫. Find a bilinear transformation which transform the unit circle (disc $|z| \leq 1$ into the unit circle $|w| \leq 1$.

[NUH-2014,18,20]

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



ধামাকা স্পেশাল

১। $f(z)$ analytic হওয়ার প্রয়োজনীয় শর্ত । ২০২০

১। $f(z)$ analytic হওয়ার যথেষ্ট শর্ত । ২০২১

৩। ৪। ধ্রুবক মানাংক বিশিষ্ট একটি analytic ফাংশন ধ্রুবক । ২০২০

বিঃদ্রঃ ১/২টি ১০০০০০০০% আসবে ।

৪। যদি $f(z)$ ফাংশনটি সরল সংযুক্ত বক্ররেখা c এর উপর ও ভিতর Analytic হয় তাহলে

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_c \frac{f(z)}{z-a} dz$$

বা, কসির সমাকলন সূত্র বর্ণনা ও প্রমাণ কর । ২০২০

৫। প্রথম অন্তরজ ফাংশনের জন্য কসির সমাকলন সূত্র বর্ণনা ও প্রমাণ কর । ২০২১

৬। কসির সমাকলন উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ । ২০১৮

বিঃদ্রঃ ১/২টি ১০০০০০০০% আসবে ।

Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

For Paid Course - 01628885434



০৮। কসির অবশেষ উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [NUH-2021]

০৯। রচির উপপাদ্য বর্ণনা দাও ও প্রমাণ কর। [NUH-২০২১]

১০। $w = f(z)$ ফাংশন, কনফর্মাল ম্যাপিং হবার শর্ত বর্ণনা কর। ২০২১

বিঃদ্রঃ ১/২টি ১০০০০০০০% আসবে।



Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>



Pi Math Club

Level Up Math Competence & Confidence

for Paid Course - 01628885434



Sudipta Das (Founder of Pi Math Club)



01628885434



<http://www.youtube.com/@PiMathClub>



<https://t.me/pimathclub>



<https://www.facebook.com/Pi.Math.Club/>