

NUH-2023

ক-বিভাগ

- ১। (ক) যুক্তি বলতে কী বুঝ? [What do you mean by argument?]
- (খ) একটি ফাংশনের রেঞ্জ কাকে বলে? [What is the range of a function?]
- (গ) অভেদ ফাংশন কাকে বলে? [What is identity function?]
- (ঘ) ব্যবধির সংজ্ঞা দাও। [Define interval.]
- (ঙ) বাস্তব সংখ্যার পরমমানের সংজ্ঞা দাও। [Define absolute value of real number.]
- (চ) ভাজিত মধ্যক বলতে কী বুঝ? [What do you mean by Harmonic mean?]
- (ছ) এককের ঘনমূলসমূহ বের কর। [Find out cubic roots of unity.]
- (জ) $z = e^{i\theta}$ হলে $\left(z - \frac{1}{z}\right)$ এর মান কত? [If $z = e^{i\theta}$, then what is $\left(z - \frac{1}{z}\right)$?]
- (ঝ) বীজগণিতীয় সংখ্যা কাকে বলে? [What is called algebraic numbers?]
- (ঞ) যুগল মৌলিক সংখ্যা বলতে কী বুঝ? [What do you mean by twin prime numbers?]
- (ট) উইলসন উপপাদ্যের বর্ণনা দাও। [State Wilson's theorem.]
- (ঠ) $x^4 - x + 3 = 0$ সমীকরণের কয়টি বাস্তব মূল আছে? [How many real roots are there in the equation $x^4 - x + 3 = 0$?]
- খ-বিভাগ
- ২। যদি p, q, r এরূপ তিনটি উক্তি হয় যে, $p \Rightarrow q$ এবং $q \Rightarrow r$ তবে দেখাও যে, $p \Rightarrow r$ । [If p, q, r are three statements such that $p \Rightarrow q$ and $q \Rightarrow r$, then show that $p \Rightarrow r$.]

- ৩। প্রমাণ কর যে, $A \cup B = A \cap B$ যদি এবং কেবল যদি $A = B$ হয়। [Prove that, $A \cup B = A \cap B$ if and only if $A = B$.]
- ৪। $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$ ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর। [Find the domain and range of the function $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$.]
- ৫। a ও b দুটি বাস্তব সংখ্যা হলে দেখাও যে [For two real numbers a and b , prove that],
- $$a(-b) = (-a)b = -ab, \forall a, b \in \mathbb{R}$$
- ৬। যদি $a, b > 0$ এবং $a \neq b$ হয়, তবে দেখাও যে [If $a, b > 0$ and $a \neq b$, then show that],
- $$a^b b^a < \left(\frac{a+b}{2}\right)^{a+b}$$
- ৭। যদি $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ হয়, তবে দেখাও যে [If $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, then show that],
- $$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$
- ৮। ডি'ময়ভারের উপপাদ্যের সাহায্যে সমাধান কর [Solve by DE Moivre's theorem]: $(x-1)^n = x^n$
- ৯। n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর [Sum to n terms of the series]:
- $$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots$$
- গ-বিভাগ
- ১০। (ক) $\varepsilon > 0$ এর জন্য দেখাও যে, $|a-b| < \varepsilon$ যদি এবং কেবল যদি $b - \varepsilon < a < b + \varepsilon$ হয়। [If $\varepsilon > 0$, then show that $|a-b| < \varepsilon$ iff $b - \varepsilon < a < b + \varepsilon$.]
- (খ) দেখাও যে, দুটি ভিন্ন বাস্তব সংখ্যার মাঝে অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা আছে। [Show that between any two distinct real numbers there exist infinite irrational numbers.]

১১। যদি $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ এবং $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ বাস্তব সংখ্যার দুটি সেট হয়, তবে দেখাও যে [If $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ and $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ are two sets of real numbers then show that],

$$(a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

১২। (ক) দেখাও যে, প্রত্যেক n ঘাতের বহুপদী সমীকরণ $f(x) = 0$ এর কেবলমাত্র n সংখ্যক মূল বিদ্যমান থাকে। [Show that every equation $f(x) = 0$ of degree n has exactly n roots.]

(খ) যে শর্তে $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলগুলি ভাজিত প্রগমে থাকে তা নির্ণয় কর। [Find the condition so that the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ are in HP.]

১৩। (ক) $|z + 2i| + |z - 2i| = 6$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চরপথের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Find the equation of locus represented by $|z + 2i| + |z - 2i| = 6$.]

(খ) যদি $a + \frac{1}{a} = 2\cos\theta$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে [If $a + \frac{1}{a} = 2\cos\theta$ then prove that],

$$a^n + \frac{1}{a^n} = 2\cos n\theta$$

১৪। (ক) $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ এর মূলগুলো a, b, c, d হলে দেখাও যে [If a, b, c, d are the roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ then show that],

$$\sum \frac{ab}{c^2} = \frac{qr^2 - 2q^2s - prs + 4s^2}{s^2}$$

(খ) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 9x + 15 = 0$ সমীকরণের ৩য় পদটি অপসারণ কর। [$f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 9x + 15 = 0$. Transform the equation to an equation whose third term absent.]

১৫। দেখাও যে, প্রত্যেক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $n > 1$ কে একটি এবং কেবলমাত্র একটি উপায়ে মৌলিক সংখ্যার গুণফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়। [Show that every positive integer $n > 1$ can be expressed as a product of prime numbers in one and only one way.]

১৬। (ক) যদি P একটি মৌলিক সংখ্যা এবং $(m, P) = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^{P-1} - 1 = M(P)$ বা $m^{P-1} \equiv 1 \pmod{P}$ । [If P is a prime number and $(m, P) = 1$ then show that $m^{P-1} - 1 = M(P)$ or $m^{P-1} \equiv 1 \pmod{P}$.]

(খ) দেখাও যে [Show that], $|28 + 233 \equiv 0 \pmod{899}$

১৭। (ক) $\frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6} + \dots$ ধারাটির অসীম পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর। [Sum to the infinity terms of the series: $\frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6} + \dots$.]

(খ) $\tan\theta + 2\tan 2\theta + 2^2\tan 2^2\theta + \dots$ ধারাটির n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর। [Sum to n terms of the series: $\tan\theta + 2\tan 2\theta + 2^2\tan 2^2\theta + \dots$.]