NUH-2023

ক-বিভাগ

১। (ক) হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্সের সংজ্ঞা দাও। [Define Hermitian matrix.]

(খ) অ্যাডজুগেট নির্ণায়ক কাকে বলে? [What is called adjugate determinant?]

(গ) সমতুল্য ম্যাট্রিক্স কাকে বলে? [What is called equivalent matrix?]

(ঘ) $\mathbb{R}^3$ এ দুইটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী দূরত্বের সংজ্ঞা দাও। [Define distance between two vectors in $\mathbb{R}^3$.]

(ঙ) $u=(2,-i,2i)$ এর নর্ম নির্ণয় কর। [Find the norm of $u=(2,-i,2i)$.]

(চ) পরামিতি কাকে বলে? [What is called parameters?]

(ছ) $\mathbb{R}^2$ এর উপজগতের উদাহরণ দাও। [Give an example of sub-space of $\mathbb{R}^2$.]

(জ) কোন শর্তে একটি ভেক্টর যোগাশ্রয়ী অনির্ভরশীল হবে? [What is the condition where one vector is linearly independent?]

(ঝ) y-অক্ষের ভিত্তি ও মাত্রা কত? [What are the basis and dimension of y-axis?]

(ঞ) ম্যাট্রিক্সের ক্ষেত্রে র‍্যাঙ্ক ও নালিটির মধ্যে সম্পর্ক লেখ। [Write the relation between rank and nullity for matrix.]

(ট) স্বভাবী সমীকরণ কাকে বলে? [What is called characteristic equation?]

(ঠ) লঘিষ্ঠ বহুপদী কী? [What is minimum polynomial?]

খ-বিভাগ

২। প্রমাণ কর [Prove that]: $(AB)^t=B^tA^t$

৩। $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\2&-1&3\\4&1&8\end{pmatrix}$ হলে, $A^{-1}=?$ [If $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\2&-1&3\\4&1&8\end{pmatrix}$, then $A^{-1}=?$]

৪। যদি $u,v\in\mathbb{R}^n$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে [If $u,v\in\mathbb{R}^n$ then prove],

$$\|u+v\|^2+\|u-v\|^2=2(\|u\|^2+\|v\|^2)$$

৫। ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান কর [Solve by matrix method]:

$$x+2y-z=-1,\ 3x+8y+2z=28,\ 4x+9y-z=14$$

৬। $\{(a,b,c):a+b+c=0;a,b,c\in R\}$ সেটটি $\mathbb{R}^3$ এর উপজগত কি-না নির্ণয় কর। [Determine wheather the following sets are subspace of $\mathbb{R}^3$ or not $\{(a,b,c):a+b+c=0;a,b,c\in R\}$.]

৭। প্রমাণ কর যে, ভেক্টর জগত $V(F)$ এর অশূন্য ভেক্টরসমূহ $v_1,v_2,v_3,\ldots,v_n$ যোগাশ্রয়ীভাবে নির্ভরশীল হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি কোনো একটি ভেক্টর v_i কে তার পরবর্তী ভেক্টর $v_1,v_2,v_3,\ldots,v_{i-1}$ সমূহের যোগাশ্রয়ী সমাবেশরূপে প্রকাশ করা যায়। [Prove that the non-zero vectors $v_1,v_2,v_3,\ldots,v_n$ of a vector space $V(F)$ are linearly dependent if and only if one of the vector v_i is a linear combination of the preceding vectors $v_1,v_2,v_3,\ldots,v_{i-1}$.]

৮। মনে কর, $T:\mathbb{R}^3-\mathbb{R}^2$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর এবং $T(1,1,1)=(2,2),T(1,0,1)=(1,1),T(0,0,1)=(0,1)$ তাহলে $T(x,y,z)$ নির্ণয় কর। [Consider $T:\mathbb{R}^3-\mathbb{R}^2$ is a linear transformation and $T(1,1,1)=(2,2),T(1,0,1)=(1,1),T(0,0,1)=(0,1)$, then find $T(x,y,z)$.]

৯। ক্যালী-হ্যামিল্টন উপপাদ্যের সাহায্যে $\begin{pmatrix}1&2\\3&5\end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর। [Find the inverse matrix of $\begin{pmatrix}1&2\\3&5\end{pmatrix}$ using Caley-Hamilton's theorem.]

গ-বিভাগ

১০। প্রমাণ কর [Prove], $\begin{vmatrix}1&a&a^2&0\\0&1&a&a^2\\a^2&0&1&a\\a&a^2&0&1\end{vmatrix}=1+a^4+a^8$

১১। ত্রিভুজের অসমতা উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove triangle inequality.]

১২। λ এর এরূপ মান নির্ণয় কর যেন নিম্নবর্ণিত একঘাত সমীকরণ জোটের (i) সমাধান না থাকে, (ii) একাধিক সমাধান থাকে এবং (iii) একক সমাধান থাকে,

$$x-3z=-3$$
$$2x+\lambda y-z=-2$$
$$x+2y+\lambda z=1$$

[Determine the value of λ such that the following system of linear equations has (i) no solution, (ii) more than one solution and (iii) a unique solution $x-3z=-3, 2x+\lambda y-z=-2, x+2y+\lambda z=1$.]

১৩। দেখাও যে, কোনো ম্যাট্রিক্সের সারিমাত্রা ও কলামমাত্রা পরস্পর সমান। [Show that the row rank and column rank of any matrix are equal to each other.]

১৪। দেওয়া আছে [Given], $U=\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4 : a=b\}$

$$V=\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4 : a+b=c, d=2b\}$$

$U, V, U+V$ প্রত্যেকটি উপজগতের একটি করে ভিত্তি ও মাত্রা নির্ণয় কর। [Find a basis of each of the subspaces $U, V, U+V$.]

১৫। $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0 & 4 & 5 & -3\\ 3 & -7 & 2 & 0 & 1 & 4\\ 2 & -5 & 2 & 4 & 6 & 1\\ 4 & -9 & 2 & -4 & -4 & 7\end{pmatrix}$ হলে, A এর র‍্যাঙ্ক, শূন্যত্ব, শূন্য জগতের ভিত্তি ও মাত্রা নির্ণয় কর। [If $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0 & 4 & 5 & -3\\ 3 & -7 & 2 & 0 & 1 & 4\\ 2 & -5 & 2 & 4 & 6 & 1\\ 4 & -9 & 2 & -4 & -4 & 7\end{pmatrix}$ find rank, nullity, basis of null space and dimension of null space of matrix A.]

১৬। মনে করি, $T:V(F)\to V(F)$ যোগাশ্রয়ী অপারেটর এবং $V(F)$ ভেক্টর জগতের একটি ভিত্তি $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ তাহলে দেখাও যে [Let $T:V(F)\to V(F)$ be a linear operator and $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ be a basis of $V(F)$ then show that],

$$[T]_e[v]_e=[T(v)]_e,\ \forall v\in V(F)$$

১৭। নিম্নলিখিত ম্যাট্রিক্সের সকল আইগেন মান ও প্রত্যেক আইগেন মান সংশ্লিষ্ট আইগেন ভেক্টর নির্ণয় কর:

$$A=\begin{pmatrix}-3 & 1 & -1\\ -7 & 5 & -1\\ -6 & 6 & -2\end{pmatrix}$$

[Consider $A=\begin{pmatrix}-3 & 1 & -1\\ -7 & 5 & -1\\ -6 & 6 & -2\end{pmatrix}$ find the eigen values and associated eigen vectors of A.]