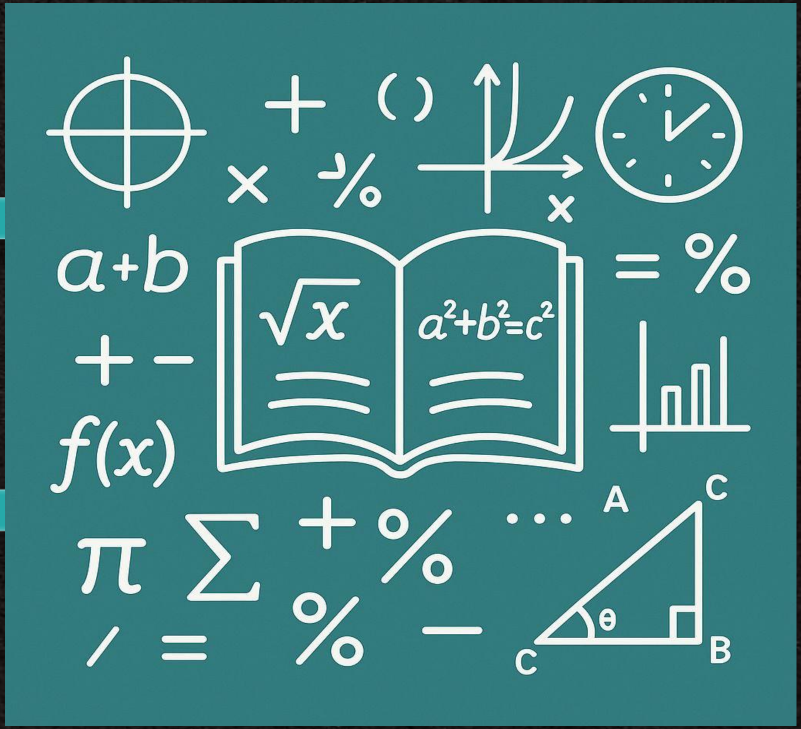
https://pimathclub.com

অনার্স ১ম বর্ষ সাজেশন (২০২৩-২৪)

মৌলিক গণিত

আলোচনায়: সুদীপ্ত দাশ



For Paid Course : 01628-885434

Elementary Concepts of Logic and Truth Table

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। দেখাও যে, $p \Leftrightarrow q$ এবং $\sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim(q \wedge \sim p)$ উক্তিদ্বয় **সমতুল্য**। [জাবি-২০১১, ২০২২]

২। নিম্নের উক্তির সত্যতার ছক গঠন কর : $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ [জাবি-১৬, ১৯, ২০]

৩। **দ্যা** মরগানের নিম্নের নিয়মগুলো প্রমাণ কর : [জাবি-২০১৫, ২০১৮, ২০২০]

(i) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q.$

অথবা, প্রমাণ কর যে, $\sim(p \vee q)$ এবং $\sim p \wedge \sim q$ যৌক্তিকভাবে **সমতুল্য**।

(ii) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q.$

Important Questions :

https://pimathclub.com

৪ । প্রমাণ কর যে, নিচের উক্তিগুলো যৌক্তিকভাবে **সমতুল্য** : [জাবিঃ ১০, ১২, ১৪, ১৮, ২২]

(i) $\sim (p \Leftrightarrow q)$ and $[(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)]$.

(ii) দেখাও যে, $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$.

অথবা, $p \Rightarrow (q \wedge r)$ and $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$.

৫ । নিম্নের যুক্তিটির বৈধতা পরীক্ষা কর । [জাবি-২০১৫, ২০২১]

"যদি তুমি কঠোর পরিশ্রম কর, তুমি সফলকাম হবে। তুমি সফলকাম হও নাই, অতএব তুমি কঠোর পরিশ্রম কর নাই।"

অথবা, "যদি তুমি কঠোর পরিশ্রম কর তবে কৃতকার্য হইবে, তুমি কৃতকার্য হও নাই। সুতরাং তুমি কঠোর পরিশ্রম কর নাই।" যুক্তিটির বৈধতা যাচাই কর।

Important Questions :

৬। ট্যাটলজি ও ফ্যালাসির সংজ্ঞা উল্লেখপূর্বক দেখাও যে, $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ উক্তিটি ট্যাটলজি। [জাবি-২০১০, ২০১২, ২০২১]

৭। যদি আমি গণিতে ভাল নম্বর পাই, তবে আমি পরীক্ষায় পাশ করব। আমি গণিতে ভাল নম্বর পাব কেবল যদি আমি গাণিতিক যুক্তিতে ভাল নম্বর পাই। আমি গাণিতিক যুক্তিতে ভাল নম্বর পাইনি। সুতরাং আমি পরীক্ষায় পাস করব না। [জাবি-২০১৯]

Set Theory

Important Questions :

১। A এবং B দুইটি সেটের জন্য প্রমাণ কর যে, $(A - B) \cap B = \varphi$. [জাবি-১০, ১৮, ২২]

অথবা, প্রমাণ কর : $(A - B) \cap B = \varphi$.

২। A, B, C সেটের জন্য প্রমাণ কর : $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

[জাবি-২০১৪, ২০১৬, ২০২১]

৩। যেকোনো তিনটি সেট A, B, C এর জন্য প্রমাণ কর যে,

$(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$. [জাবি-১১, ১২, ১৪, ১৯]

৪। যদি A ও B যে কোনো দুইটি সান্ত সেট হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$\mathbf{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$. [জাবি-২০১০, ২০১৩, ২০১৫]

Relations and Functions

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। ধর, $A = \nabla - \{-\frac{1}{2}\}$, $B = \nabla - \{-\frac{1}{2}\}$ এবং $f : A \rightarrow B$ ফাংশনটি $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। প্রমাণ কর যে, f একটি এক-এক এবং সার্বিক। f^{-1} এর একটি ফর্মুলা নির্ণয় কর। [জাবি-২০২১]

২। যদি $f : A \rightarrow B$ এবং $g : B \rightarrow C$ ফাংশন দুটির প্রত্যেকটি এক-এক এবং সর্বগ্রাহী হয় তবে প্রমাণ কর যে, $(gof)^{-1} = f^{-1} O\, g^{-1}$. [জাবি-১১, ১৩, ১৫, ২১]

৩। $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর। [জাবি-২০১৮, ২০২১]

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৪ । যদি X ও Y দুইটি অশূন্যক সেট এবং $f : X \rightarrow Y$ হয়, তবে Y এর যেকোনো দুইটি উপসেট A ও B এর জন্য দেখাও যে, $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.

[জাবি-২০১২, ২০১৬, ২০১৯, ২০২২]

৫ । $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-3)}$ ফাংশনটির ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর। [জাবি-২০২০]

Pi Math Club

Real Number System

Important Questions :

১। প্রমাণ কর যে, $ab = 0, \forall a, b \in \nabla \Rightarrow a = 0$ বা, $b = 0$. [জাবি-২০১২, ২০২০]

২। দেখাও যে, দুটি ভিন্ন বাস্তব সংখ্যার মাঝে অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা বিদ্যমান ।

[জাবি-১০, ১২, ১৪, ১৫, ১৯]

৩। যদি r একটি অশূন্য মূলদ সংখ্যা এবং x একটি অমূলদ সংখ্যা হয়, তবে দেখাও যে,

$r + x$ অমূলদ সংখ্যা । [জাবি-২০১১, ২০১৩, ২০১৭]

৪। বাস্তব সংখ্যায় আর্কিমিডিয়ান ধর্ম বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

অথবা, যদি x বাস্তব সংখ্যা এবং y যেকোনো বাস্তব সংখ্যা হয়, তবে দেখাও যে, একটি

ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা n বিদ্যমান থাকবে যেনো $nx > y$. [জাবি-২০১৬]

Important Questions :

https://pimathclub.com

৫। বাস্তব সংখ্যার ক্রম স্বীকার্য লিখ। [জাবি-২০১০, ২০১২, ২০২২]

৬। যদি $\{a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n\}$ এবং $\{b_1, b_2, \ldots\ldots, b_n\}$ বাস্তব সংখ্যায় দুটি সেট হয় তবে

$(a_1\ b_1 + a_2\ b_2 + \cdots .. + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_1^2 + a \ldots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \cdots . + b_n^2)$;

যেখানে অসমতাটি গ্রহণযোগ্য যখন সেটদ্বয় সমানুপাতিক। [জাবি-১১, ১৩, ১৬]

৭। যদি $a, b > 0$ এবং $a \neq b$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{a^m+b^m}{2} > \left(\frac{a+b}{2}\right)^m$, যখন $m \notin (0, 1)$

এবং $\left(\frac{a^m+b^m}{2}\right) < \left(\frac{a+b}{2}\right)^m$, যখন $0 < m < 1$. [জাবি-১২, ১৪, ২০, ২২]

Pi Math Club

Important Questions :

৮ । যদি $x < 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $(1 + x)^{1+x}(1 - x)^{1-x} > 1$ এবং ইহা হতে প্রমাণ কর যে, $a^a b^b > \left(\frac{a+b}{2}\right)^{a+b}$ [জাবি-২০১৩, ২০১৭, ২০১৯, ২০২১]

৯ । যদি $x, y, z > 0$ এবং $x + y + z = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{x}{2-x} + \frac{y}{2-y} + \frac{z}{2-z} \geq \frac{3}{5}$. [জাবি-২০১১, ২০১৩, ২০২১]

১০ । যদি $a, b, c > 0$ হয়, তবে দেখাও যে, $(b + c)(c + a)(a + b) \geq 8abc$. [জাবি-২০১৬, ২০১৯, ২০২২]

১১ । প্রমাণ কর : $a, b, c > 0$ হলে, $\frac{1}{2}(a+b+c) \quad \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b}$. [জাবি-২০১৮]

Complex Number System

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। $\text{Re}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$ সম্পর্কটি দ্বারা প্রকাশিত অঞ্চলের বর্ণনা দাও। [জাবি-২০১৪, ২০১৯]

২। $|z-1| + |z+1| = 1$ দ্বারা প্রকাশিত সঞ্চরপথটি নির্ণয় কর। [জাবি-২০২০]

৩। z জটিল সংখ্যা নির্দেশ করলে দেখাও যে, $\sqrt{2}|z| \geq |\text{Re}(z)| + |\text{Im}(z)|$

অথবা, যদি $z \in \mathbb{C}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\sqrt{2}|z| \geq |\text{Re}(z)| + |\text{Im}(z)|$. [জাবি-১৪, ১৬, ১৮, ২১]

৪। দুইটি জটিল সংখ্যা নির্ণয় কর যাদের যোগফল 6 এবং গুণফল 18। [জাবি-২০১৪]

৫। মান নির্ণয় কর : (i) (i) $\frac{1}{4}$, (ii) $(1+i)^{\frac{1}{7}}$. [জাবি-২০১০, ২০২০]

Pi Math Club

Important Questions :

৬। যদি $x^2 - 2x + 4 = 0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় α এবং β হয়, তবে ডি ময়ভারের উপপাদ্য ব্যবহার করে দেখাও যে, $\alpha^n + \beta^n = 2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{3}$ [জাবি-২০১৬, ২০১৮, ২০২২]

অথবা, যদি $x^2 - 2x + 4 = 0$ সমীকরণটির দুইটি মূল α এবং β হয়, তবে দেখাও যে, $\alpha^n + \beta^n = 2^{n+1}\cos\frac{n\pi}{3}$.

৭। $x = \cos\theta + i\sin\theta$ এবং $1 + \sqrt{1 - a^2} = na$ হলে, প্রমাণ কর যে, $1 + a\cos\theta = \frac{a}{2n}(1 + nx)\left(1 + \frac{n}{x}\right)$. [জাবি-২০১১, ২০১৫, ২০১৭, ২০২১]

৮। সমাধান কর : $x^7 + x^4 + x^3 + 1 = 0$. [জাবি-২০১০, ২০১৫, ২০২১]

অথবা, ডিময়ভরের উপপাদ্যের সাহায্যে $x^7 + x^4 + x^3 + 1 = 0$ সমীকরণটি সমাধান কর।

Important Questions :

৯। **ডিময়ভরের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর।** [জাবি-২০১২, ২০১৩, ২০১৫, ২০১৭, ২০১৯]

অথবা, ডি-ময়ভারের উপপাদ্য বর্ণনা কর এবং ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার ক্ষেত্রে তা প্রকাশ কর।

অথবা, ডি-ময়ভারের উপপাদ্যটি লিখ এবং প্রমাণ কর যখন n যেকোনো যোগবোধক পূর্ণসংখ্যা।

অথবা, সকল মূলদ ঘাতের ক্ষেত্রে ডি-ময়ভারের উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [জাবি-২০২১]

১০। ডি-ময়ভরের উপপাদ্যের সাহায্যে $(x+1)^5+(x-1)^5=0$ এর সমাধান কর। [জাবি-১৩,২০]

১১। **প্রমাণ কর যে,** $\left(\frac{1+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right)^n=(\sin\theta+i\cos\theta)^n=\cos\left(\frac{n\pi}{2}-n\theta\right)+i\sin\left(\frac{n\pi}{2}-n\theta\right).$ [জাবি-২০২১]

Theory of Equations

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ সমীকরণটিকে এমন সমীকরণে রূপান্তর কর, যার দ্বিতীয় পদটি অনুপস্থিত এবং ইহা সমাধান কর। [জাবি-২০১১, ২০১৩, ২০১৬]

২। $x^3 + 9x^2 + 8x + 5 = 0$ সমীকরণটিকে দ্বিতীয় পদ বিলুপ্ত সমীকরণে রূপান্তরিত কর। [জাবি-২০১৮, ২০২২]

৩। ডেকার্টের চিহ্ন নিয়মটি লিখ। এর সাহায্যে $4x^4 + x^2 + 3x - 1 = 0$ সমীকরণটির মূলগুলোর প্রকৃতি নির্ণয় কর। [জাবি-২০১৬, ২০১৮, ২০২১]

৪। যে শর্তে $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো গুণোত্তর প্রগমনে থাকবে তা নির্ণয় কর। [জাবি-২০১৬, ২০১৯, ২০২১]

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৫। দেখাও যে, বাস্তব সহগবিশিষ্ট যেকোনো বহুপদী সমীকরণের কাল্পনিক মূলগুলি যুগলরূপে থাকে।
[জাবি-২০১১, ২০১৪, ২০১৭, ২০১৯, ২০২২]

৬। যদি $x^3 + qx + r = 0$ সমীকরণটির মূলত্রয় α, β, γ হয়, তবে $\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma}$ মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি বাহির কর। [জাবি-২০০১, ২০১৫, ২০১৭]

৭। $x^3 + qx + r = 0$ সমীকরণটির মূল (α, β, γ) হইলে $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}, \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\alpha}$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি গঠন কর। [জাবি-২০১৩, ২০১৭, ২০২২]

৮। নিউটনের সূত্র দ্বারা : $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$ থেকে S_4 এবং S_6 নির্ণয় কর।
[জাবি-০৭, ০৯, ১১, ১২, ১৬, ২২]

৯। $x^3 + qx + r = 0$ সমীকরণের মূলগুলো α, β, γ হলে $\sum \frac{1}{\alpha + \beta - \gamma}$ এর মান নির্ণয় কর।
[জাবি-২০১৮, ২০২০]

Pi Math Club

Elementary Number Theory

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। **বর্ণনাসহ অয়লার উপপাদ্যের প্রমাণ দাও।** [জাবি-২০১৪, ২০২০]

অথবা, যদি n একটি ঋণাত্বক পূর্ণসংখ্যা এবং $(a, n) = 1$ হয়, তবে $a^{\phi(n)} \equiv 1(\text{Mod } n)$.

২। যদি P মৌলিক সংখ্যা হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $(P-1)! + 1 \equiv 0(\text{mod } P)$

অথবা, **উইলসন-এর উপপাদ্য বর্ণনা এবং প্রমাণ কর।** [জাবি-১১, ১৩, ১৫, ১৭, ২১]

৩। 14553 সংখ্যাটির ভাজকের সংখ্যা এবং ভাজকগুলির সমষ্টি নির্ণয় কর।

[জাবি-১১, ১৫, ১৭, ২২]

৪। 1800 সংখ্যাটির ভাজকের সংখ্যা এবং ভাজকগুলির সমষ্টি নির্ণয় কর।

[জাবি-১৩, ২০]

Pi Math Club

Important Questions :

৫। $64x \equiv 16 (\mathrm{mod}\, 84)$ অনুসমতাটি সমাধান কর । [জাবি-২০১৩, ২০১৭, ২০২০]

৬। যদি $(m, n) = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $\tau(mn) = \tau(m)\tau(n)$. [জাবি-২০১২, ২০১৪, ২০১৮, ২০২০, ২০২২]

৭। **পাটিগণিতের মৌলিক উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।**

অথবা, দেখাও যে, প্রত্যেক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $n > 1$ কে একটি এবং কেবলমাত্র একটি উপায়ে মৌলিক সংখ্যার গুণফল হিসেবে প্রকাশ করা যায়। [জাবি-২০১০, ২০২১]

Summation of Series

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। 1.3.4 + 3.5.7 + 5.7.9 + ...ধারাটির n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর । [জাবি-১৮]

২। n তম পর্যন্ত ধারার যোগফল নির্ণয় কর : $\frac{7}{2.5.11}+\frac{11}{5.8.14}+\frac{15}{8.11.17}+\cdots$ [জাবি-২১]

৩। $\tan^{-1}\frac{1}{3}-\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{13}$ ... ... ধারাটির n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর।

অথবা, ধারাটির n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর : $\tan^{-1}\frac{1}{3}-\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{13}$ ... ...
[জাবি-২০১০, ২০১৪, ২০১৮]

৪। নিচের ধারাগুলির n-তম পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর : [জাবি-২০১৩]

(ক) $2.4.6^2 + 4.6.8^2 + 6.8.10^2 + \cdots$ NU - 2022

(খ) $\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{1-\sin 2x}+\sqrt{1-\sin 3x}+\cdots$

Pi Math Club

Important Questions :

৫। n সংখ্যক পদ পর্যন্ত ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর : [জাবি-০৯, ১১, ১৬, ১৯, ২২]

$\sqrt{1+\sin\theta}+\sqrt{1+\sin 2\theta}+\sqrt{1+\sin 3\theta}+\ldots\ldots$

অথবা, $\sqrt{1+\sin\theta}+\sqrt{1+\sin 2\theta}+\sqrt{1+\sin 3\theta}+\cdots$ ধারাটির n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর ।

৬। n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর : $\frac{2}{1.2}\cdot 1+\frac{5}{2.3}\cdot 2+\frac{10}{3.4}\cdot 2^2+\frac{17}{4.5}\cdot 2^3+\cdots$ [জাবি-২০১৪, ২০১৭]

৭। $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\cdots$ ধারাটির n তমপদ পর্যন্ত সমষ্টি নির্ণয় কর। [জাবি-২০২০]

Important Questions :

৮। $\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha + \cdots + n$ পদ পর্যন্ত ধারাটির যোগফল নির্ণয় কর। [জাবি-২০২০]

৯। দেখাও যে, $1 + \frac{1+3}{\lfloor 2} + \frac{1+3+3^2}{\lfloor 3} + \frac{1+3+3^2+3^3}{\lfloor 4} + \cdots \infty = \frac{1}{2}(e^3 - e)$. [জাবি-২০১৬, ২০২০]

১০। $2.2 + 6.4 + 12.8 + 20.16 + 30.32 + \cdots$ ধারাটির n পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর। [জাবি-২০১১, ২০১৬, ২০১৯]

THANK YOU