অনার্স ১ম বর্ষ সাজেশন (২০২৩-২৪)

ক্যালকুলাস- ১

আলোচনায়: সুদীপ্ত দাশ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ $\frac{dy}{dx}$

$\int_a^b f(x) dx$

$\frac{d}{dx} u(x) =$

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $d(u(x) \cdot v'(x))$

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

১। $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

[জাবি-11, 21]

২। $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

[জাবি-12, 15, 18, 20]

Important Questions :

১। নিম্নে বর্ণিত f ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর।

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{যখন } x < 0 \\ x & \text{যখন } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{যখন } x > 1 \end{cases} \quad [\text{জাবি-10, 11, 15, 20; ডিগ্রি (পাস)- 18}]$$

২। নিম্নলিখিত ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। [জাবি- 10, 15, 17]

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{যখন [when] } x < 0 \\ x & \text{যখন [when] } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{যখন [when] } 1 < x \end{cases}$$

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৩। $y = |x| + |x - 1|$ ফাংশনটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। [জাবি-16]

৪। যদি $f(x) = x^2 - 16$ এবং $g(x) = \sqrt{x}$ হয় তবে $(g \circ f)(x)$ নির্ণয় কর। অতঃপর $(g \circ f)(x)$ এর ডোমেন নির্ণয় কর। [জাবি-22]

Limits of a Function

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

১। (δ, ϵ) এর সংজ্ঞা হতে দেখাও যে, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = 3$

[জাবি- 11, 14, 16, 22; ডিগ্রি (পাস)- 10, 16]

২। (δ, ϵ) সংজ্ঞা ব্যবহার করে প্রমাণ কর : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = 6$ [জাবি- 10, 16]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

১। যদি $x = a$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশন অন্তরীকরণযোগ্য হয় তবে ঐ বিন্দুতে ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন হবে। [জাবি-12, 13, 15, 20]

২। যদি $f(x) = \text{Error !}$ তবে $x = 0$ এবং $x = 1$ বিন্দুতে অন্তরীকরণযোগ্যতা আলোচনা কর। [জাবি-21; ডিগ্রি (পাস)-11, 17]

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৩। $x = \frac{\pi}{2}$ বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশনের অবিচ্ছিন্নতা ও অন্তরীকরণযোগ্যতা আলোচনা কর। যেখানে

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{যখন } x < 0 \\ 1 + \sin x & ; \text{যখন } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 & ; \text{যখন } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

[জাবি-10, 17, 22; ডিগ্রি (পাস)- 10, 16, 19]

৪। $y = x^2 + 1$ বক্ররেখার (2,5) বিন্দুতে স্পর্শক রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

[জাবি-14, 18]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

১। x এর সাপেক্ষে $y = \tan \ln \sin(e^{x^2})$ এর অন্তরীকরণ কর। [জাবি- 13, 18]

২। x এর সাপেক্ষে $\log_a x + \log_x a -$ এর অন্তরক নির্ণয় কর। [জাবি- 17]

৩। $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ এর সাপেক্ষে $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর। [জাবি- 12,18]

৪। $x = \frac{2t}{1+t^3}, y = \frac{2t^2}{1+t^3}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর। [জাবি- 20]

৫। $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$ এবং $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর। [জাবি-2022]

Leibnitz's Theorem

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

১। $y = \sin(m\sin^{-1}x)$ হলে দেখাও যে, $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$ [জাবি- 11,22]

২। যদি $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$ হয় তবে দেখাও যে,
 $(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$. [জাবি- 12, 21]

৩। $y = (x^2 - 1)^n$ হলে দেখাও যে, $(x^2 - 1)y_{n+2} + 2xy_{n+1} - n(n + 1)y_n = 0$. [জাবি- 16,19]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৪। দেখাও যে, $\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}} (x^n \ln x) = \frac{n!}{x}$. [জাবি- 15, 20; ডিগ্রি (পাস)- 18]

৫। যদি $y = (x + \sqrt{x^2 + 1})^m$ হয় তবে দেখাও যে,
 $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$ [জাবি- 22]

৬। যদি $y = A(x + \sqrt{x^2 + 1})^m + B(x + \sqrt{x^2 + 1})^{-m}$ হয় তবে দেখাও
যে, $(1 + x^2)y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$. [জাবি- 22]

Important Questions :

- ১। ১ম গড়মান উপপাদ্য বর্ণনা কর ও প্রমাণ কর। উপপাদ্যটির জ্যামিতিক ব্যাখ্যা দাও। [জাবি- 10, 11, 14, 16]
অথবা, গড়মান বা মধ্যমান বা প্রথম মধ্যমান বা ল্যাগ্ৰাঞ্জ আকারের মধ্যমান উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর।
- ২। রোলের উপপাদ্য বর্ণনা কর। জ্যামিতি ব্যাখ্যা দাও। [জাবি- 20, 22]
- ৩। $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ ব্যবধিতে $f(x) = x(x - 1)(x - 2)$ ফাংশনের জন্য ল্যাগ্ৰাঞ্জের গড়মান উপপাদ্যটির সত্যতা যাচাই কর। [জাবি- ১৭]

Expansion of Functions

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

- ১। ল্যাগ্রাঞ্জ আকারের অবশেষসহ টেলর উপপাদ্যটি বর্ণনা কর। [জাবি- 10, 12, 16, 18]
- ২। $\frac{1}{x}$ কে $x - 2$ এর শক্তিতে টেলর ধারায় বিস্তৃতি কর। [জাবি-14, 22]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

- ১। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ মানের বিদ্যমানতার প্রয়োজনীয় শর্ত বর্ণনা কর। [জাবি- 15, 21]
- ২। $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ ফাংশনটি কোন কোন ব্যবধিতে বৃদ্ধি পায় এবং কোন কোন ব্যবধিতে হ্রাস পায় তা নির্ণয় কর। ফাংশনটির গরিষ্ঠ মান ও লঘিষ্ঠ মান আলোচনা কর। [জাবি- 10, 17, 19]
- ৩। দেখাও যে, $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$ ফাংশনটির মান $x = \frac{1}{2}$ বিন্দুতে বৃহত্তম, $x = 1$ বিন্দুতে ক্ষুদ্রতম এবং $x = \frac{3}{4}$ বিন্দুটি $f(x)$ ফাংশনের ইনফ্লেকশন বিন্দু। [জাবি- 16]

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৪। $(0,9)$ ব্যবধিতে $f(x) = x^3 - 18x + 96x$ ফাংশনটির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর। [জাবি- 14, 22]

৫। $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1$ ফাংশনের লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠমান নির্ণয় কর। [জাবি- 12, 18]

৬। $y = x^2 + 2x + 1$ বক্ররেখার $(1,4)$ বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। [জাবি- 22]

Important Questions :

১। নিম্নলিখিত সীমাগুলোর মান নির্ণয় কর :

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot x} = 1$ [জাবি- 19]

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$ [ডিগ্রি (পাস)- 15] [জাবি- 22]

২। মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$ [জাবি- 21]

৩। অনির্ণেয় আকার বলতে কী বুঝে? লা' পিতাল-এর সার্বজনীন আকার বর্ণনা কর। [জাবি - 21]

অথবা, ল'পিটালস নিয়ম বর্ণনা কর ও প্রমাণ কর। [জাবি - 22]

Integration's Technique of Trigonometric Functions

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

১। মান নির্ণয় কর : $\int \frac{dx}{3+2\sin x}$ [জাবি - 21]

২। মান নির্ণয় কর : (i) $\int \frac{dx}{x^3+1}$ (ii) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x-1}} dx$ [জাবি - 22]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

১। $\int \tan^n x dx = \frac{\tan^{n-1}}{n-1} - \int \tan^{n-2} x dx$ [জারি - 14, 15, 19, 20]

২। যদি $I_n = \int_0^{\pi/4} \tan^n \theta d\theta$ হয়, তবে দেখাও যে, $(I_{n+1} + I_{n-2}) = 1(n-1)$

এবং ইহা হতে $\int_0^{\pi/4} \tan^5 \theta d\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

৩। $\int \sin^n x dx$ এর লঘুকরণ সূত্র নির্ণয় কর।

৪। $-\int \cos^n x dx$ এর লঘুকরণ সূত্র নির্ণয় কর।

Definite Integral

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

১। মান নির্ণয় কর : $\int_0^{\pi/4} \tan x \sec^4 x dx.$ [জাবি - 22]

২। মান নির্ণয় কর :

(i) $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$ [জাবি - 16, 21]

(ii) $\int_0^{\pi/2} \ln \sin x dx$ [জাবি - 10, 14, 17; ডিগ্রি (পাস)- 11]

(iii) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sqrt{\cot x}}.$ [জাবি -22]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৩। সমাকলন কর: $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$ [জাবি- 21]

৪। ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাসের মৌলিক উপপাদ্য। [জাবি- 13,22]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

১। দেখাও যে, $\int_0^{\pi/2} \sin^p \theta \cos^q \theta d\theta = \frac{1}{2} \beta \left(\frac{p+1}{2}, \frac{q+1}{2} \right) = \frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{q+1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{p+q+2}{2}\right)}$

[জাবি- 19, 22]

২। দেখাও যে, $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$. [জাবি - 12, 16, 22; ডিগ্রি (পাস)- 11, 15]

৩। প্রমাণ কর যে, $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ [জাবি- 14, 18, 20]

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৪। দেখাও যে, $\beta(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx = \int_0^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$

[জাবি- 19]

৫। দেখাও যে, $\beta(m, n) = \beta(n, m)$ বা, বিটা ফাংশনের প্রতিসাম্য উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর ।

Rectification of Are Length

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

১। $a^2y^2 = x^3(2a - x)$ রেখাটি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[জাবি- 20]

২। দেখাও যে, $3ay^2 = x(x - a)^2$ রেখার ফাঁসের ক্ষেত্রফল $\frac{8a^2}{15\sqrt{3}}$ বর্গ একক।

[জাবি- 11, 20]

৩। $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তকে y অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয়,

উহার আয়তন ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [জাবি- 10,16,18]

For Paid Course : 01628-885434

Important Questions :

<https://pimathclub.com>

৪। $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [জাবি- 19]

৫। চাপা উপগোলক (অর্থাৎ, $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2 b^2$ বা, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

উপবৃত্তকে ক্ষুদ্র অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তনের ফলে সৃষ্ট ঘনবস্তুর) আয়তন নির্ণয় কর। [জাবি- 21]

Graphing in Polar Coordinates

<https://pimathclub.com>

Important Questions :

১। $r = 2(1 - \cos \theta)$ কার্ডিঅয়েডের পরিসীমা নির্ণয় কর। [জাবি- 16, 21]

২। $r = a(1 - \cos \theta)$ কার্ডিঅয়েডের সাধারণ অংশের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [জাবি- 19]

৩। $x^3 + y^3 = 3axy$ রেখার একটি ফাঁসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [জাবি- 22]

For Paid Course : 01628-885434

**THANK
YOU**