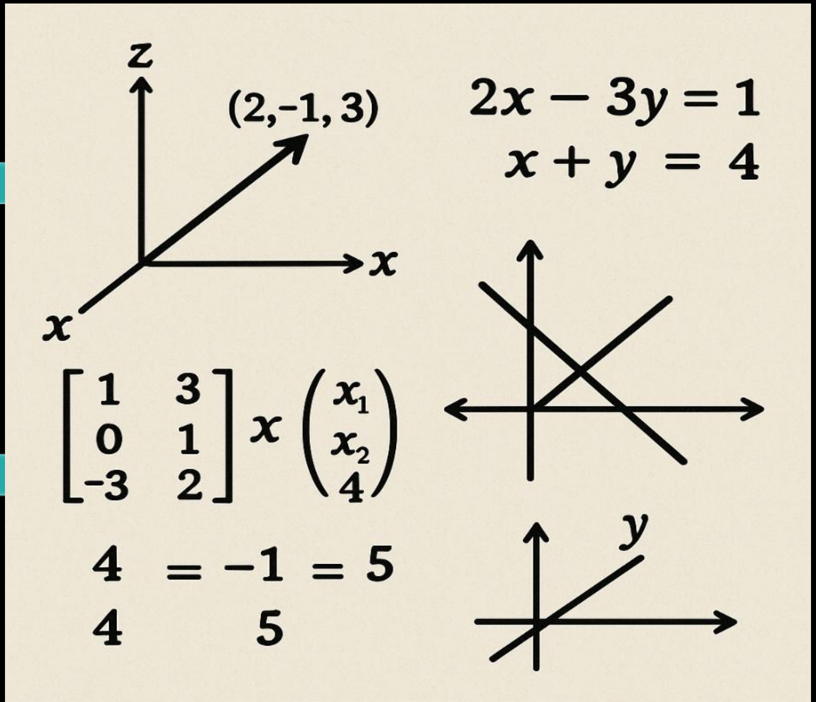
https://pimathclub.com

অনার্স ১ম বর্ষ সাজেশন (২০২৩-২৪)

লিনিয়ার এলজাবরা

আলোচনায়: সুদীপ্ত দাশ



For Paid Course : 01628-885434

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। দেখাও যে, বেজোড় ক্রমের প্রত্যেক স্কিউ প্রতিসাম্য নির্ণায়কের মান শূন্য। [জাবি-১০, ১২, ১৬, ১৮]

২। প্রমাণ কর যে, বর্গাকার ম্যাট্রিক্সকে একটি হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্স এবং একটি স্কিউ হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্সের যোগফলরূপে প্রকাশ করা যায়। [জাবি -২১]

৩। দেখাও যে প্রত্যেক জোড় ক্রমের স্কিউ প্রতিসাম্য নির্ণায়কের মান একটি পূর্ণবর্গাকার। [জাবি-১৩, ১৮]

৪। A এবং B অব্যতিক্রম বর্গাকার ম্যাট্রিক্স হলে প্রমাণ কর যে, $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ [জাবি-১১, ১৪, ১৬, ২০]

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৫। ল্যাপলাসের পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণ কর :

$$\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac & bd \\ ba & b^2+1 & bc & bd \\ ca & cb & c^2+1 & cd \\ da & bd & dc & d^2+1 \end{vmatrix} = a^2+b^2+c^2+d^2+1$$ [জাবি-১০, ২২]

৬। প্রমাণ কর : $\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \dots. & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \dots. & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \dots. & 1 \\ \dots. & \dots. & \dots. & \dots. & \dots. \\ 1 & 1 & 1 & \dots. & 1+a_n \end{vmatrix} = a_1 a_2 \dots\dots\dots a_n \left(1+\frac{1}{a_1}+\right.$

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৭। ম্যাট্রিক্স $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & -5 & -2 & 4 & -3 \\ 8 & 0 & 5 & 10 & 0 & 15 \\ 2 & 6 & 0 & 8 & 4 & 18 \end{pmatrix}$ এর র‍্যাংক নির্ণয় কর। [জাবি-১৩, ২১]

৮। নিম্নের ম্যাট্রিক্সটির ইচালন আকারে নির্ণয় কর। [জাবি-১৮, ২২]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ -6 & 9 & -3 \end{bmatrix}$$

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৯। নিম্নের ম্যাট্রিক্সটির র‍্যাংক নির্ণয় কর। [জাবি-১১, ১৫, ২০]

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

১০। প্রমাণ কর যে, বর্গাকার ম্যাট্রিক্সকে একটি হারমিসিয়ান এবং একটি স্কিউ-হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্সের যোগফলরূপে প্রকাশ করা যায়। [জাবি -২১]

Pi Math Club

https://pimathclub.com

Vectors in ∇^n and $\Re^n$

Important Questions :

১। প্রমাণ কর যে, $|\,u.v\,|\ \beta \|u\|\|v\|, \forall u, v \in P^n$ [জাবি- ১০]

অথবা, কসি সোহার্য্যের অসমতাটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [জাবি- ১৭, ১৯, ২২]

২। প্রমাণ কর যে, $\|\underline{u} + \underline{v}\|\ \beta\ \|\underline{u}\| + \|\underline{v}\|, \forall \underline{u}, \underline{v} \in P^n$ [জাবি- ১০, ১৬, ১৮, ২১]

অথবা, মিনকওয়াস্কির অসমতাটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

অথবা, ইউক্লিডীয় জগতে ত্রিভুজের অসমতা উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [জাবি- ২৩]

৩। মনে করি, $\underline{u} = (3 - 7i, 2i, -1 + i)$ এবং $\underline{v} = (4 - i, 11 + 2i, 8 - 3i)$;

তখন $\underline{u}.\underline{v}$ ও $\|\underline{u} - \underline{v}\|$ এর মান নির্ণয় কর। [জাবি-১৫]

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৪। $\underline{u} = (2-5i, 3i, -1+i), \underline{v} = (4-i, 8+2i, 7-3i)$ হলে $\underline{u}.\underline{v}$ এবং $\|\underline{u}-\underline{v}\|$ নির্ণয় কর। [জাবি-১১, ১৯]

৫। ধরি, $\underline{u} = (1+i, 2-i)$ এবং $\underline{v} = (3-2i, 4+i)$ তবে প্রমাণ কর যে, $\underline{u}\cdot\underline{v} = \underline{v}\cdot\underline{u}$ এবং $d(\underline{u},\underline{v}) = d(\underline{v},\underline{u})$ [জাবি- ১৬,২২]

৬। যদি, $\underline{u} = (i, 1-i, i-3)$ এবং $\underline{v} = (2, 3+i, -i)$ হয় তবে $d(\underline{u},\underline{v}), \underline{u}\cdot\underline{v}$ এবং $\|\underline{v}-\underline{u}\|$ এর মান নির্ণয় কর। [জাবি- ১৮]

Pi Math Club

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। নিম্নের একঘাতবিশিষ্ট সমীকরণ জোটের সমাধান কর। [জাবি- ১৩, ২২]

$$\left.\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 1 \\ -x_1 + x_2 &= 0 \\ 2x_1 + 4x_2 &= 3 \end{aligned}\right\}$$

২। λ এবং μ এর এরূপ মান নির্ণয় কর যাহার জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণ জোটের (i) সমাধান না থাকে (ii) একাধিক সমাধান থাকে (iii) একক সমাধান থাকে। [জাবি- ১১, ১৯]

$$\left.\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x + 2y + 3z &= 10 \\ x + 2y + \lambda z &= \mu \end{aligned}\right\}$$

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৩। λ ও μ এর উপর এরূপ শর্ত নির্ণয় কর যেন নিম্নলিখিত সরল সমীকরণমালার (i) একটি অনন্য সমাধান থাকে (ii) একাধিক সমাধান থাকে (iii) আদৌ কোনো সমাধান থাকে না। [জাবি-১১, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭]

$$2x + 3y + z = 5, 3x - y + \lambda z = 2, x + 7y - 6z = \mu$$

৪। k-এর এরূপ মান নির্ণয় কর, যার জন্য নিম্নলিখিত একঘাত বিশিষ্ট সমীকরণ জোটের (i) সমাধান না থাকে (ii) একাধিক সমাধান থাকে (iii) অনন্য সমাধান থাকে। [জাবি- ১৪, ২০]

$$\begin{cases} x + y + kz = 2 \\ 3x + 4y + 2z = k \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

Pi Math Club

Important Questions :

৫। $\lambda x + y + z = 1, x + \lambda y + z = 1, x + y + \lambda z = 1$ সমীকরণমালার জন্য λ এর মান নির্ণয় কর, যাতে সমীকরণ মালার (i) অনন্য সমাধান বিদ্যমান থাকে। (ii) কোনো সমাধান বিদ্যমান না থাকে। (iii) একাধিক সমাধান বিদ্যমান থাকে। [জাবি- ১০, ১৩, ২২]

৬। λ এর এরূপ মান নির্ণয় কর যার জন্য নিম্নলিখিত একঘাতবিশিষ্ট সমীকরণ জোটের (i) সমাধান নেই, (ii) একাধিক সমাধান থাকে, (iii) একক সমাধান থাকে। [জাবি- ২১]

$x + y - z = 1$

$2x + 3y + \lambda z = 3\}$

$x+\lambda y+3z=2$

Vector Spaces

Important Questions :

১। যদি V(F) ভেক্টরজগত হয়, তবে দেখাও যে, (i) $\forall K \in F$ এবং $\underline{0} \in V \Rightarrow K\underline{0} = \underline{0}$ [K = কাপ্পা] [জাবি- ১২, ১৯]

২। যদি ভেক্টর জগত V(F) এর দুটি উপজগত S এবং T হয় তবে দেখাও যে $S \cap T$ এবং V(F) এর উপজগত হবে। [ডিগ্রি পাস- ১১, ১৫, ২০, ২২]

৩। E ম্যাট্রিক্সকে A, B, C ম্যাট্রিক্সের যোগাশ্রয়ী সমাবেশরূপে প্রকাশ কর যেখানে,

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[জাবি- ১১, ১৮]

Important Questions :

https://pimathclub.com

৪। যদি $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ ভেক্টরত্রয় যোগাশ্রয়ী অনির্ভরশীল হয় তবে দেখাও যে, $\underline{u}+\underline{v}-3\underline{w}, \underline{u}+3\underline{v}-\underline{w}$ এবং $\underline{v}+\underline{w}$ (ভেক্টরত্রয় যোগাশ্রয়ী নির্ভরশীল) [জাবি-১০, ১৪, ২২]

৫। $(3,9,-4,-2)$ ভেক্টরটিকে $(1,-2,0,3),(2,3,-1,0)$ এবং $(2,-1,2,1)$ ভেক্টরগুলির যোগাশ্রয়ী সমাবেশরূপে প্রকাশ করা যায় কিনা নির্ধারণ কর। [জাবি-১০, ১৬, ২১]

৬। দেখাও যে, $\underline{v}_1=(1,1,2), \underline{v}_2=(1,0,1)$ এবং $\underline{v}_3=(2,1,3)$ ভেক্টরত্রয় P^3 এর যোগাশ্রয়ী নির্ভরশীল । [জাবি- ১৫, ২০]

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৭। যদি কোনো সসীম বা ডাইমেশন উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। মাত্রার ভেক্টর জগত $V(F)$ এর U ও W দুটি উপজগত হয়, দেখাও যে, $\dim (U+W) = \dim U + \dim W - \dim(U \cap W)$ [জাবি-১০, ১২, ১৪, ১৭, ২০, ২২]

৮। $U = \{(a,b,c,d): b+c+d = 0\}, W = \{(a,b,c,d): a+b = 0, c = 2d\}$ হলে R^4 এর দুটি উপজগত (i) U (ii) W (iii) $U \cap W$ (iv) $U + W$ এর ভিত্তি ও মাত্রা নির্ণয় কর। [জাবি- ১৫, ২০]

৯। যদি $\mathbb{D}^5$-এর দুটি উপজগত u এবং w যথাক্রমে $\{(1,3,-3,-1,-4),$ $(1,4,-1,-2,-2),(2,9,0,-5,-2)\}$ এবং $\{(1,6,-2,3),$ $(2,8,-1,-6,-5),(1,3,-1,-5,-6)\}$ দ্বারা সৃজিত হয়, তবে $(u+w)$ এবং $(u\ n\ w)$-এর মাত্রা নির্ণয় কর। [জাবি- ১৩, ১৯, ২১]

Important Questions :

https://pimathclub.com

১০। নিম্নলিখিত ভেক্টরের সেটগুলো যোগাশ্রয়ী নির্ভরশীল কি-না যাচাই কর।

$\{(1,2,3),(2,0,-1),(7,6,-11)\} \subset V_3(\mathbb{R})$ [জাবি- ১৭, ২১]

১১। $\{(1,-2,5,-3),(2,3,1,-4),(3,8,-3,-5)\}$ সেটটিকে বর্ধিত করে $\mathbb{R}^4$ এর একটি ভিত্তিতে পরিণত কর। [জাবি- ২১]

১২। v_1, v_2, v_3 ভেক্টরসমূহ যোগাশ্রয়ী অনির্ভরশীল হলে দেখাও যে, $v_1 + v_2 - 2v_3, v_1 - v_2 - v_3, v_1 + v_3$ ভেক্টরসমূহও যোগাশ্রয়ী অনির্ভরশীল হবে। [জাবি- ১৯, ২১]

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

১৩। $(3,9,-4,-2)$ ভেক্টরটিকে $(1,-2,0,3),(2,3,-1,0)$ এবং $(2,-1,2,1)$ ভেক্টরগুলোর যোগাশ্রয়ী সমাবেশরূপে প্রকাশ কর। [জাবি- ২১]

১৪। যদি V^5 এর দুটি উপজগৎ U এবং W যথাক্রমে, $\{(1,3,-3,-1,-4),(1,4,-1,-2,-2),(2,9,0,-5,-2)\}$ এবং $\{(1,6,2,-2,3),(2,8,-1,-6,-5),(1,3,-1,-5,-6)\}$ দ্বারা সৃজিত হয়, তবে $(U+W)$ এবং $(U\cap W)$ এর মাত্রা নির্ণয় কর।

Linear Transformation

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। মনে করি, $T: V(F) \rightarrow U(F)$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর। তাহলে $Im(T), V(F)$ এর একটি উপজগত হবে। [জাবি- ১৬, ১৯]

২। মনে করি, $T: V(F) \rightarrow U(F)$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর। তাহলে $Ker(T), V(F)$ এর একটি উপজগত হবে। [জাবি- ১০, ১৩, ১৬, ১৮, ২২]

৩। মনে করি $V(F)$ একটি সসীম মাত্রার ভেক্টর এবং $T : V(F) \rightarrow U(F)$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর। তা হলে দেখাও যে, $\dim(ImT) + \dim\ (\ker\ T) = \dim\ V(F)$. [জাবি- ১৫, ২২]

অথবা, প্রমাণ কর যে, র‍্যাংক (T) + শূন্যত্ব (T) = n, যেখানে n হলো ভেক্টর জগত V এর মাত্রা। [জাবি- ১৩, ১৯]

অথবা, মাত্রা উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

Pi Math Club

Important Questions :

https://pimathclub.com

৪। $T: V^5 \to V^4$ যোগাশ্রয়ী রূপান্তর নিম্নের ম্যাট্রিক্স দ্বারা বর্ণিত হলে ker T এর ভিত্তি নির্ণয় কর।

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[জাবি- ১১, ১৮]

৫। দেখাও যে, $T: V^3 \to V^2$, যেখানে $T(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + 2z)$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর। ImT এবং kerT এর একটি করে ভিত্তি এবং মাত্রা নির্ণয় কর। [জাবি- ১০, ১৩, ১৯]

Pi Math Club

https://pimathclub.com

Important Questions :

৬। A ম্যাট্রিক্স সারি জগত, কলাম জগত এবং শূন্য জগতের ভিত্তি নির্ণয় কর। [জাবি- ১৫, ২০]

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

৭। $\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ ভিত্তির সাপেক্ষে $T: \nabla^3 \to \nabla^3$ যোগাশ্রয়ী অপারেটররের ম্যাট্রিক্স রূপায়ন কর যা $T(x,y,z) = (x + 2y - z,\ y + z,\ x + y - 2z)$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। [জাবি- ১০, ১২, ২২]

Pi Math Club

Important Questions :

৮। যদি $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর হয় এবং $T(x, y, z) = (2x + y - z, 3x - 2y + 4z)$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয় তবে $\mathbb{R}^3$ ও $\mathbb{R}^2$ এর নিম্নলিখিত ভিত্তির প্রেক্ষিতে T এর ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর। $\{f_1 = (1,1,1), f_2 = (1,1,0), f_3 = (1,0,0)\}$ এবং $\{g_1 = (1,3),\ g_2 = (1,4)\}$ [জাবি- ১২, ১৮]

৯। মনে কর, $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ একটি যোগাশ্রয়ী সংঘটক যা নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত। $(2x + y, x - y, z)\mathbb{R}^3$ এর আদর্শ ভিত্তির সাপেক্ষে T এর ম্যাট্রিক্স রূপায়ন কর। [জাবি- ১৩, ২০]

Important Questions :

https://pimathclub.com

১০। একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ নির্ণয় কর যার প্রতিচ্ছবি $\{(1,2,0,-4),(2,0,-1,-3)\}$ ভেক্টর সেট দ্বারা সৃজিত। [জাবি-১০, ১৪]

১১। ধরি, $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ একটি যোগাশ্রয়ী রূপান্তর : যেখানে $T(x,y,z) = (x+2y-z, y+z, x+y-2z)$; $\mathrm{Im}T$ এবং $\mathrm{Ker}\ T$ নির্ণয় কর। [জাবি-২১]

Eigenvalues and Eigenvectors

https://pimathclub.com

Important Questions :

১। (কেইলি হ্যামিল্টন উপপাদ্য) প্রমাণ কর প্রত্যেক বর্গাকার ম্যাট্রিক্স তার স্বভাবী সমীকরণকে সিদ্ধ করে। [জাবি- ১১, ১৪, ১৬, ২০]

২। F ফিল্ডে $A = \begin{bmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -1 \\ 24 & 8 & -6 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির সমস্ত আইগেন মান ও সংশ্লিষ্ট আইগেন ভেক্টর নির্ণয় কর। [জাবি-১৪, ২০]

৩। R ফিল্ডে, $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির আইগেন মান ও সংশ্লিষ্ট আইগেন ভেক্টর নির্ণয় কর। আরো বিপরীত যোগ্য একটি ম্যাট্রিক্স P নির্ণয় কর যাহাতে $P^{-1}AP$ কর্ণ ম্যাট্রিক্স হয়। [জাবি- ১০, ১৩, ২২]

Pi Math Club

Important Questions :

৪। $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির জন্য কেইলি হ্যামিল্টন উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর। [জাবি- ২১]

৫। $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির সকল আইগেন মান ও সংশ্লিষ্ট আইগেন ভেক্টরসমূহ নির্ণয় কর। [জাবি- ১৮, ১৯, ২১]

Important Questions :

৬। $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির জন্য ক্যালি হ্যামিল্টনের উপপাদ্যটির সত্যতা যাচাই কর। [জাবি- ১৪, ২২]

৭। $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির সকল আইগেন মান ও সংশ্লিষ্ট আইগেন ভেক্টরসমূহ নির্ণয় কর। [জাবি- ২১]

THANK YOU